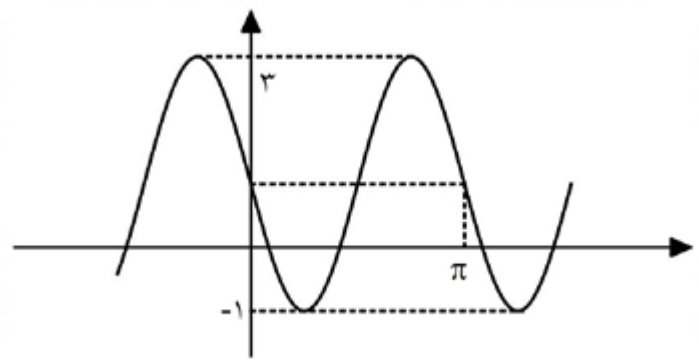
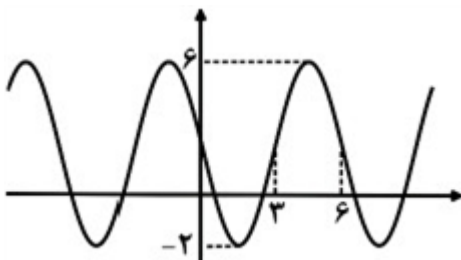


ردیف	لطفًا پاسخ سوالات را روی همین برگ بنویسید	بارم
۱	جواب‌های معادله $\cos(2x) = \frac{1}{2}$ را در بازه $(0, \pi)$ به دست آورید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۳ پاسخ: ۱ $\cos 2x = \frac{1}{2} \Rightarrow \cos 2x = \cos\left(\frac{\pi}{3}\right) \Rightarrow 2x = 2k\pi \pm \frac{\pi}{3} \Rightarrow x = k\pi \pm \frac{\pi}{6}$ $(0, \pi) \rightarrow x = \frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6}$	
۲	اگر بیشترین و کمترین مقدار تابع $y = a \sin(x) + c$ به ترتیب ۹ و ۳ باشد. الف) مقادیر a و c را بیابید. ب) دوره تناوب تابع را به دست آورید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۳ پاسخ: ۱ الف) $a = \frac{\text{Max} - \text{Min}}{2} = \frac{9 - 3}{2} = 3$ $c = \frac{\text{Max} + \text{Min}}{2} = \frac{9 + 3}{2} = 6$ ب) $T = \frac{2\pi}{ b } = \frac{2\pi}{1} = 2\pi$	
۳	معادله $\sin 2x = \sin x$ را حل کنید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۳ پاسخ: ۱ روش اول: $\begin{cases} 2x = 2k\pi + x \\ 2x = 2k\pi + \pi - x \end{cases} (k \in \mathbb{Z}) \Rightarrow \begin{cases} x = 2k\pi \\ x = \frac{2k\pi}{3} + \frac{\pi}{3} \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$ $2 \sin x \cos x - \sin x = 0 \Rightarrow \sin x(2 \cos x - 1) = 0$ روش دوم: $\begin{cases} \sin x = 0 \Rightarrow x = k\pi \\ \cos x = \frac{1}{2} \Rightarrow x = 2k\pi \pm \frac{\pi}{3} \end{cases}$	
۴	جای خالی را با عبارت یا عدد مناسب پر کنید. مقدار عددی عبارت $\sin 15^\circ \cos 15^\circ$ برابر است. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۳ پاسخ: ۱ $\frac{1}{4}$	

	کدامیک از روابط مثلثاتی زیر درست نیست؟ $\cos^2 \alpha = -\cos^2 \alpha + 1$ (۲) $\cos^2 \alpha = 1 - 2 \sin^2 \alpha$ (۴) $\cos^2 \alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$ (۱) $\sin^2 \alpha = 2 \cos \alpha \cdot \sin \alpha$ (۳) سؤالات امتحانات نهایی متوسطه-یازدهم-خردادماه ۱۴۰۲ پاسخ: ۲ گزینه ۲ پاسخ صحیح است. گزینه ۲ باید به صورت زیر باشد. $\cos^2 \alpha = 2 \cos^2 \alpha - 1$	۵
	نمودار داده شده در شکل مقابل مربوط به تابع با ضابطه $y = a \sin bx + c$ است. با فرض $a > 0$، مقادیر a، b و c را به دست آورید.  سؤالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۳ $\begin{cases} c = 1 \\ a = 2 \xrightarrow{a>0} a = 2 \end{cases}$ $T = \pi = \frac{2\pi}{ b } \Rightarrow b = 2 \xrightarrow{b<0} b = -2$ پاسخ: ۱	۶
	مقدار ماکزیمم تابع $f(x) = a \cos \frac{x}{2} + 3$ برابر ۶ می باشد، a و دوره تناوب را به دست آورید. سؤالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۲ $a + 3 = 6 \Rightarrow a = 3$ $T = \frac{2\pi}{ b } \Rightarrow \frac{2\pi}{\frac{1}{2}} = 4\pi$ پاسخ: ۱	۷
	جوابهای معادله مثلثاتی $2 \sin^2 x = 1$ را به دست آورید. کدام جوابها در بازه $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$ هستند؟ سؤالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۲ $\sin^2 x = \frac{1}{2} \Rightarrow 2x = 2k\pi + \frac{\pi}{2} \Rightarrow x = \frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{4}$ $2x = 2k\pi + \pi - \frac{\pi}{2} \Rightarrow x = \frac{k\pi}{2} + \frac{5\pi}{4} \Rightarrow x = \frac{5\pi}{4}, \frac{\pi}{4}$ پاسخ: ۱	۸

	درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید. - فقط دو زاویه وجود دارد که مقدار کسینوس آن $\frac{2}{5}$ باشد. سؤالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۲ پاسخ: ۱ نادرست	۹
	جای خالی را با عدد مناسب پر کنید. اگر α یک زاویه حاده و $\sin \alpha = \frac{2}{5}$، حاصل $\cos^2 \alpha$ برابر است. سؤالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۲ پاسخ: ۱ $\frac{17}{25}$	۱۰
	درستی یا نادرستی عبارت زیر را تعیین کنید. - تابع تانژانت در بازه $(-\pi, \pi)$، تابعی صعودی است. سؤالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۲ پاسخ: ۱ نادرست	۱۱
	نمودار مقابل مربوط به تابعی با ضابطه $y = a \sin(bx) + c$ است. با توجه به نمودار، ضابطه آن را بنویسید.  سؤالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۲ پاسخ: ۱ $T = 6 \Rightarrow \frac{2\pi}{ b } = 6 \Rightarrow b = \frac{\pi}{3}$ $\left. \begin{array}{l} \max = 6 \\ \min = -2 \end{array} \right\} \Rightarrow \begin{cases} a + c = 6 \\ - a + c = -2 \end{cases} \Rightarrow 2c = 4 \Rightarrow c = 2 \Rightarrow a = 4$ $y = a \sin bx + c \Rightarrow y = -4 \sin\left(\frac{\pi}{3}x\right) + 2 \text{ (یا) } y = +4 \sin\left(-\frac{\pi}{3}x\right) + 2$	۱۲
	معادله مثلثاتی $\sin x \cos x = \frac{\sqrt{3}}{2}$ را حل کنید. سؤالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۲ پاسخ: ۱ $\sin^2 x = \sin \frac{\pi}{3}$ $\begin{cases} 2x = 2k\pi + \frac{\pi}{3} \\ 2x = 2k\pi + \pi - \frac{\pi}{3} \end{cases} \quad k \in \mathbb{Z} \Rightarrow \begin{cases} x = k\pi + \frac{\pi}{6} \\ x = k\pi + \frac{\pi}{2} \end{cases} \quad k \in \mathbb{Z}$	۱۳

۱۴	درستی یا نادرستی عبارت زیر را تعیین کنید. - دوره تناوب تابع $y = ۱ + ۵ \cos \frac{x}{۲}$ برابر با ۴π است. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۲ پاسخ: ۱ درست
۱۵	درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید. - خط $y = \frac{۱}{۲}$، نمودار تابع $y = \sin x$ را در فاصله $[۰, ۲\pi]$ در یک نقطه قطع می‌کند. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۲ پاسخ: ۱ نادرست
۱۶	دوره تناوب و مقادیر ماکزیمم و مینیمم تابع زیر را به دست آورید. $y = \sqrt{۳} - \sin\left(\frac{\pi}{۲}x\right)$ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۲ پاسخ: ۱ $T = \frac{۲\pi}{ b } \Rightarrow T = ۴ \quad \text{Max : } a + c = ۱ + \sqrt{۳}$ $\text{Min : } - a + c = -۱ + \sqrt{۳}$
۱۷	ضابطه تابعی به صورت $y = a \cos bx + c$ را بنویسید که دوره تناوب آن ۲، مقدار ماکزیمم آن ۳ و مقدار مینیمم آن -۱ باشد. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۲ پاسخ: ۱ $T = \frac{۲\pi}{ b } = ۲ \Rightarrow b = \pi$ $ a = ۲, c = ۱ \Rightarrow y = -۲ \cos(\pi x) + ۱ \text{ یا } y = ۲ \cos(\pi x) + ۱$ تنها نوشتن یکی از ضابطه‌های بالا کافی است.
۱۸	جواب‌های معادله مثلثاتی $۴ \sin x + ۲\sqrt{۳} = ۰$ را در بازه $[۰, ۲\pi]$ به دست آورید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۲ پاسخ: ۱ $۴ \sin x + ۲\sqrt{۳} = ۰ \Rightarrow \sin x = -\frac{\sqrt{۳}}{۲} \Rightarrow \sin x = \sin\left(-\frac{\pi}{۳}\right)$ $\Rightarrow \begin{cases} x = ۲k\pi - \frac{\pi}{۳} \\ x = ۲k\pi + \frac{۴\pi}{۳} \end{cases} (k \in \mathbb{Z}) \xrightarrow{[۰, ۲\pi]} \begin{cases} x = \frac{۵\pi}{۳} \\ x = \frac{۴\pi}{۳} \end{cases}$
۱۹	جواب(های) معادله مثلثاتی $\cos ۲x - \cos x = ۰$ را در بازه $(۰, \pi)$ مشخص کنید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۲ پاسخ: ۱ $\cos ۲x = \cos x \Rightarrow ۲x = ۲k\pi \pm x \Rightarrow x = \frac{۲k\pi}{۳} \Rightarrow x = \frac{۲\pi}{۳}$

معادله $\sin x \cos x = \frac{1}{4}$ را حل کنید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۲

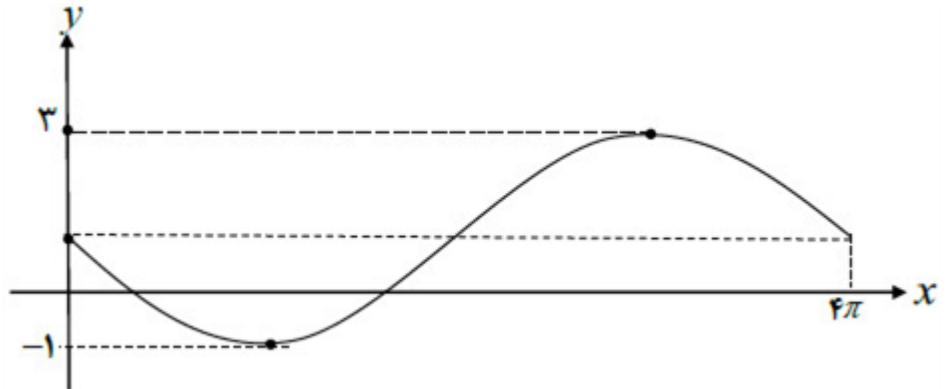
$$2 \sin x \cos x = \frac{1}{2} \Rightarrow \sin 2x = \frac{1}{2} = \sin \left(\frac{\pi}{6} \right)$$

پاسخ: ۱

۲۰

$$\begin{cases} 2x = 2k\pi + \frac{\pi}{6} \\ 2x = 2k\pi + \pi - \frac{\pi}{6} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = k\pi + \frac{\pi}{12} \\ x = k\pi + \frac{5\pi}{12} \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$$

نمودار زیر قسمتی از نمودار تابع $y = a \sin bx + 1$ است. حاصل ab را بیابید.



۲۱

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۲

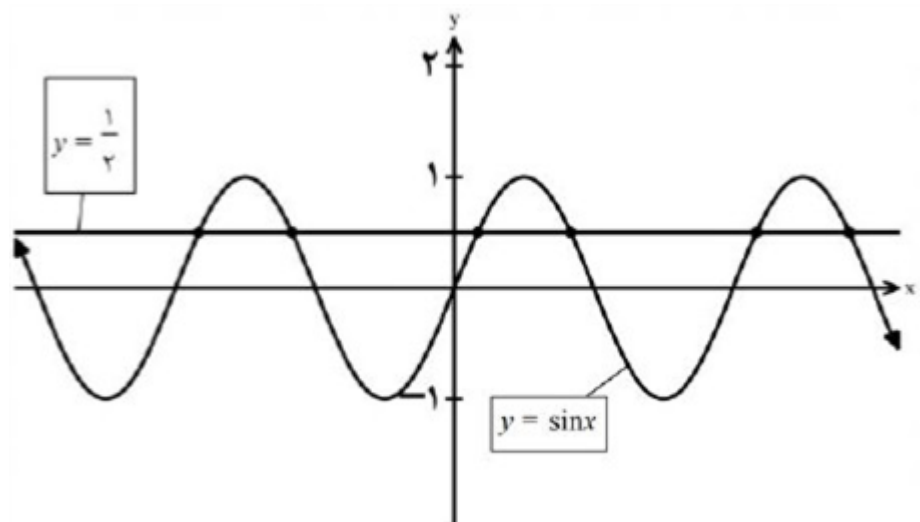
$$\frac{2\pi}{|b|} = 4\pi \Rightarrow b = \pm \frac{1}{2}$$

پاسخ: ۱

$$|a| = \frac{3 - (-1)}{2} = 2 \Rightarrow a = \pm 2$$

با توجه به نمودار تابع، ab باید عدد منفی شود بنابراین $ab = -1$

نمودار تابع با ضابطه $y = \sin x$ و خط به معادله $y = \frac{1}{2}$ در دستگاه زیر، رسم شده است. طول نقاط برخورد آنها را بیابید.



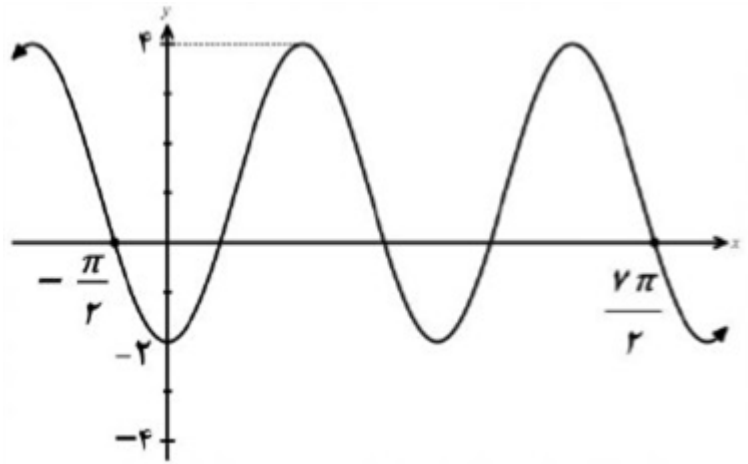
۲۲

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۱

$$\sin x = \frac{1}{2} \Rightarrow \sin x = \sin \frac{\pi}{6} \Rightarrow \begin{cases} x = 2k\pi + \frac{\pi}{6} \\ x = 2k\pi + \frac{5\pi}{6} \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$$

پاسخ: ۱

نمودار تابع با ضابطه $y = a \cos bx + c$ به صورت زیر رسم شده است. مقدار a ، b و c را به دست آورید.



۲۳

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۱

$$T = \frac{3\pi}{2} - \left(-\frac{\pi}{2}\right) = 2\pi \Rightarrow T = 2\pi \Rightarrow \frac{2\pi}{|b|} = 2\pi \Rightarrow b = \pm 1$$

پاسخ: ۱

$$c = \frac{4 + (-2)}{2} = 1$$

$$|a| = \frac{4 - (-2)}{2} = 3$$

$$\left. \begin{array}{l} x = \text{در} \\ \Rightarrow a < 0 \\ \text{مینیمم دارد} \end{array} \right\} \Rightarrow a = -3$$

معادله مثلثاتی $\cos^2 x - \cos x + 1 = 0$ را در بازه $0 \leq x \leq \pi$ حل کنید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۱

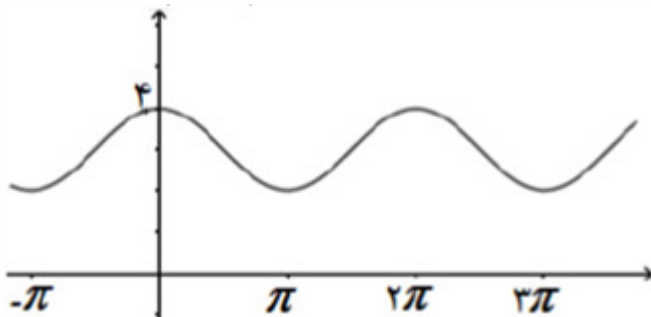
$$\cos^2 x - \cos x + 1 = 0 \Rightarrow \cos x (\cos x - 1) = 0$$

پاسخ: ۱

۲۴

$$\begin{cases} \cos x = 0 \Rightarrow x = \frac{\pi}{2} \\ \cos x = 1 \Rightarrow x = 0 \end{cases}$$

نمودار تابع $f(x) = a + \cos bx$ به صورت مقابل است. حاصل $a + b$ را به دست آورید. ($b > 0$)



۲۵

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۱

$$\text{Max} = 4 \Rightarrow a + 1 = 4 \Rightarrow a = 3$$

پاسخ: ۱

$$T = 2\pi : \frac{2\pi}{|b|} = 2\pi \Rightarrow |b| = 1 \Rightarrow b = 1 \quad a = 3 \quad a + b = 4$$

دوره تناوب و مقادیر ماکزیمم و مینیمم تابع $y = 3 \cos(\pi x) + 2$ را به دست آورید.

۲۶

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۱

$$T = \frac{2\pi}{|b|} = \frac{2\pi}{|\pi|} = 2$$

$$\max = |a| + c = 5 \quad \min = -|a| + c = -1$$

پاسخ: ۱

معادله مقابل را حل کنید. $\cos^2 x - 3 \sin x + 4 = 0$

۲۷

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۱

$$1 - 2 \sin^2 x - 3 \sin x + 4 = 0 \Rightarrow -2 \sin^2 x - 3 \sin x + 5 = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \sin x = -\frac{5}{2} \\ \sin x = 1 \Rightarrow x = 2k\pi + \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

پاسخ: ۱

معادله مثلثاتی $2 \cos^2 x + \cos x = 0$ را حل کنید.

۲۸

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۱

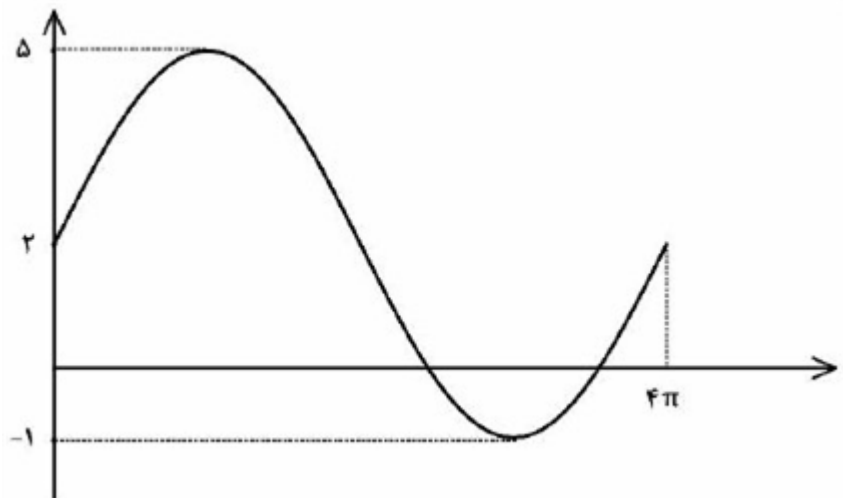
$$\cos x = 0 \Rightarrow x = k\pi + \frac{\pi}{2}$$

$$\cos x (2 \cos x + 1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} 2 \cos x + 1 = 0 \Rightarrow \cos x = -\frac{1}{2} \Rightarrow x = 2k\pi \pm \frac{2\pi}{3} \end{cases}$$

پاسخ: ۱

نمودار داده شده مربوط به تابعی با ضابطه $y = a \sin bx + c$ است. مقادیر a و b و c را محاسبه کنید و ضابطه آن را مشخص نمایید.

۲۹



سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۱

$$\begin{cases} |a| + c = 5 \\ -|a| + c = -1 \end{cases} \Rightarrow c = 2, a = \pm 3$$

$$4\pi = \frac{2\pi}{|b|} \Rightarrow |b| = \frac{1}{2} \Rightarrow b = \pm \frac{1}{2} \Rightarrow y = 3 \sin \frac{x}{2} + 2, y = -3 \sin \left(-\frac{x}{2}\right) + 2$$

پاسخ: ۱

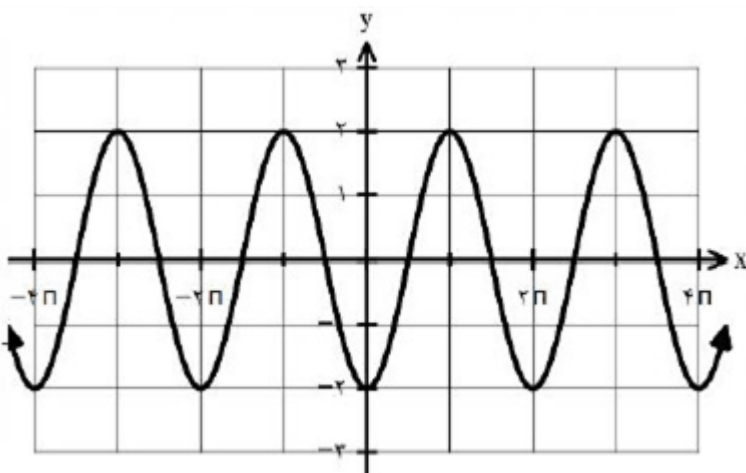
درستی یا نادرستی عبارت زیر را تعیین کنید.
- تابع تانژانت در هر بازه‌ای که در آن تعریف شده باشد، صعودی است.

۳۰

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۱

پاسخ: ۱ درست

۳۱	معادله‌ی یک تابع سینوسی $y = a \sin(bx) + c$ را بنویسید که برد آن $[-4, 4]$ و دوره تناوب آن ۲ است. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۱ پاسخ: ۱ $ b = \frac{2\pi}{2} = \pi \Rightarrow b = \pm\pi$ $\Rightarrow y = \pm 4 \sin(\pm\pi x)$ $ a = \frac{4 - (-4)}{2} = 4 \Rightarrow a = \pm 4$ $c = \frac{4 + (-4)}{2} = 0$
۳۲	معادلهٔ مثلثاتی $\sin^2 x = \sin x$ را حل کنید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۱ پاسخ: ۱ $\sin^2 x = \sin x \Rightarrow \begin{cases} 2x = 2k\pi + x \Rightarrow x = 2k\pi, k \in \mathbb{Z} \\ 2x = 2k\pi + \pi - x \Rightarrow x = \frac{2k\pi}{3} + \frac{\pi}{3}, k \in \mathbb{Z} \end{cases}$
۳۳	جای خالی را با عدد یا کلمه مناسب کامل کنید. - دورهٔ تناوب تابع $y = 2 \sin\left(\frac{-\pi}{2}x\right) + 2$ برابر است. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۱ پاسخ: ۱ ۴
۳۴	معادله مثلثاتی $\sin^2 x - \cos x = 0$ را حل کنید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۱ پاسخ: ۱ $2 \sin x \cos x - \cos x = 0 \Rightarrow \begin{cases} \cos x = 0 \Rightarrow x = k\pi + \frac{\pi}{2} \\ \sin x = \frac{1}{2} \Rightarrow x = 2k\pi + \frac{\pi}{6}, x = 2k\pi + \frac{5\pi}{6} \end{cases}$ $k \in \mathbb{Z}$
۳۵	معادله مثلثاتی $\cos^2 x - \sin x + 1 = 1$ را حل کنید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۰ پاسخ: ۱ $2 \sin^2 x + \sin x - 1 = 0 \Rightarrow \begin{cases} \sin x = -1 \Rightarrow x = 2k\pi - \frac{\pi}{2} \\ \sin x = \frac{1}{2} \Rightarrow \begin{cases} x = 2k\pi + \frac{\pi}{6} \\ x = 2k\pi + \pi - \frac{\pi}{6} \end{cases} \end{cases}$
۳۶	ضابطه تابعی به فرم $y = a \cos bx + c$ را بنویسید که دوره تناوب آن ۲ و مقدار ماکزیمم آن ۴ و مقدار مینیمم آن -۲ باشد. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۰ پاسخ: ۱ $\frac{2\pi}{ b } = 2 \Rightarrow b = \pi \Rightarrow \begin{cases} a + c = 4 \\ - a + c = -2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 3 \\ c = 1 \end{cases}$ هریک از توابع $y = 3 \cos(\pi x) + 1$ یا $y = -3 \cos(\pi x) + 1$ یا $y = 3 \cos(-\pi x) + 1$ و یا $y = -3 \cos(-\pi x) + 1$ نوشته شود مورد قبول است.

	حاصل عبارت $\cos^2 x \cos x \sin x$ را به ازای $x = \frac{\pi}{5}$ را محاسبه نمایید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۰ پاسخ: ۱ $2 \sin^2 x \cos^2 x = \sin^2 2x = \sin^2 \left(\frac{2\pi}{5}\right) = \frac{1}{2}$	۳۷
	نمودار زیر برای تابعی با ضابطه $f(x) = a \cos bx + c$ است. با دقت به شکل نمودار و تشخیص دوره تناوب و مقادیر ماکزیمم و مینیمم تابع، ضابطه آن را مشخص کنید.  سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۰ پاسخ: ۱ $ a = \frac{2 - (-2)}{2} = 2 \Rightarrow a = -2$ $ b = \frac{2\pi}{2\pi} = 1 \Rightarrow b = 1 \quad f(x) = -2 \cos x$ $c = \frac{2 + (-2)}{2} = 0$	۳۸
	مثلثی با مساحت $8\sqrt{2}$ سانتی‌متر مربع مفروض است. اگر اندازه‌ی دو ضلع این مثلث به ترتیب ۴ و ۸ سانتی‌متر باشند، آن‌گاه چند مثلث با این خاصیت‌ها می‌توان ساخت؟ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۰ پاسخ: ۱ $\frac{1}{2} \times 4 \times 8 \sin \theta = 8\sqrt{2} \Rightarrow \sin \theta = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \theta = 45^\circ, \theta = 135^\circ$ دو مثلث می‌توان رسم کرد.	۳۹
	دوره تناوب و مقادیر ماکزیمم و مینیمم تابع $y = 9 - 2\pi \cos\left(\frac{x}{3}\right)$ را محاسبه کنید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۰ پاسخ: ۱ $\max = a + c = -2\pi + 9 = 2\pi + 9$ $\min = - a + c = - -2\pi + 9 = -2\pi + 9$ $T = \frac{2\pi}{\left \frac{1}{3}\right } = 6\pi$	۴۰

۴۱	معادله $2 \sin x \cos x + 3 \cos x = 0$ را حل کنید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۰ پاسخ: ۱ $\cos x = 0 \Rightarrow x = k\pi + \frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$ $\cos x (2 \sin x + 3) = 0 \Rightarrow \begin{cases} \sin x = \frac{-3}{2} \\ \sin x = 0 \Rightarrow x = k\pi \end{cases}$ $\sin x = \frac{-3}{2}$ قابل قبول نیست
۴۲	معادله‌ی یک تابع سینوسی $y = a \sin(bx) + c$ را بنویسید که مقدار ماکزیمم آن ۵ و مقدار مینیمم آن -۱ و دوره‌ی تناوب آن 8π است. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۰ پاسخ: ۱ $ a = \frac{5 - (-1)}{2} = 3 \Rightarrow a = \pm 3, c = \frac{5 + (-1)}{2} = 2$ $ b = \frac{2\pi}{8\pi} = \frac{1}{4} \Rightarrow b = \pm \frac{1}{4} \quad y = \pm 3 \sin\left(\pm \frac{1}{4}x\right) + 2$
۴۳	ضابطه تابع مثلثاتی سینوس با دوره تناوب ۳ و مقادیر ماکزیمم ۵ و مینیمم ۳ بنویسید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۰ پاسخ: ۱ $ b = \frac{2\pi}{3}$ $ a = 1, c = 4 \Rightarrow y = \sin \frac{2\pi}{3}x + 4 \text{ یا } y = -\sin \frac{2\pi}{3}x + 4$ تنها نوشتن یکی از ضابطه‌های بالا کافی است.
۴۴	معادله مثلثاتی $2 \cos^2 x = \sin x - 1$ را حل کنید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۰ پاسخ: ۱ $-2 \sin^2 x - \sin x + 3 = 0 \Rightarrow \begin{cases} \sin x = 1 \Rightarrow x = 2k\pi + \frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z} \\ \sin x = \frac{-3}{2} \end{cases}$ غ ق ق
۴۵	درستی یا نادرستی عبارت زیر را تعیین کنید. - در بازه $0 < \theta < 2\pi$ مقدار $\frac{3\pi}{4} < \theta$ از مقدار $\operatorname{tg} \theta$ کوچک‌تر است. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۰ پاسخ: ۱ درست
۴۶	معادله‌ی مثلثاتی $\sin x \cos x = \frac{\sqrt{3}}{4}$ را حل کنید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۰ پاسخ: ۱ $\sin 2x = \frac{\sqrt{3}}{2} = \sin \frac{\pi}{3} \Rightarrow \begin{cases} 2x = 2k\pi + \frac{\pi}{3} \Rightarrow x = k\pi + \frac{\pi}{6}, k \in \mathbb{Z} \\ 2x = 2k\pi + \pi - \frac{\pi}{3} \Rightarrow x = k\pi + \frac{2\pi}{3}, k \in \mathbb{Z} \end{cases}$

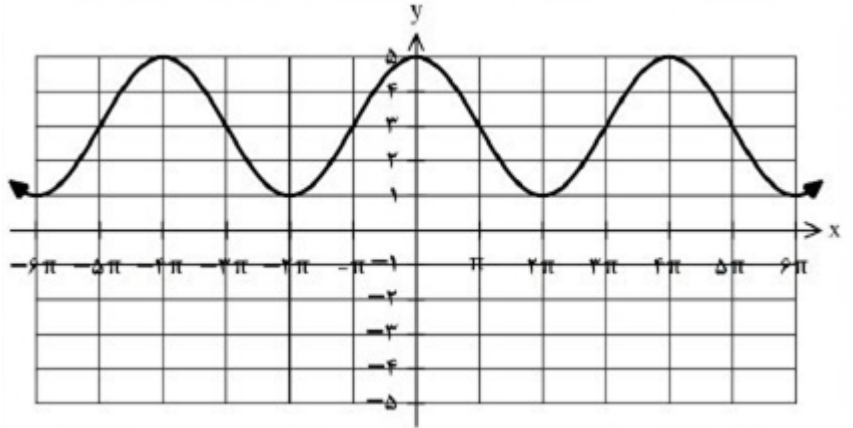
جای خالی را با عدد یا عبارت مناسب پر کنید.
- برد تابع تانژانت $y = \operatorname{tg} x$ برابر است.

۴۷

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۰

پاسخ: ۱ R

نمودار زیر مربوط به تابعی با ضابطه $y = a \operatorname{Cos} bx + c$ است. با توجه به نمودار، ضابطه آن را مشخص کنید.



۴۸

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۰

$$c = \frac{5 + 1}{2} = 3$$

$$|a| = \frac{5 - 1}{2} = 2 \quad a > 0, a = 2$$

$$b = \frac{2\pi}{4\pi} = \frac{1}{2} \Rightarrow y = 2 \operatorname{Cos} \left(\frac{x}{2} \right) + 3$$

$$\Rightarrow y = 2 \operatorname{Cos} \left(-\frac{x}{2} \right) + 3 \quad \text{یا}$$

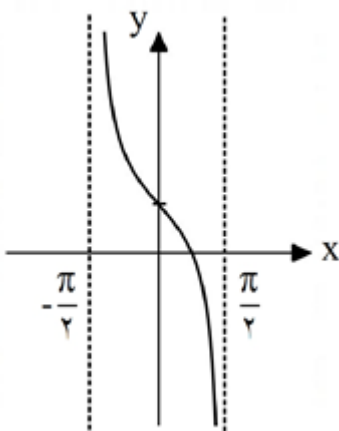
پاسخ: ۱

نمودار تابع $y = 1 + \cot \left(\frac{\pi}{2} + x \right)$ را در بازه $\left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2} \right)$ رسم کنید.

سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲ -دوازدهم

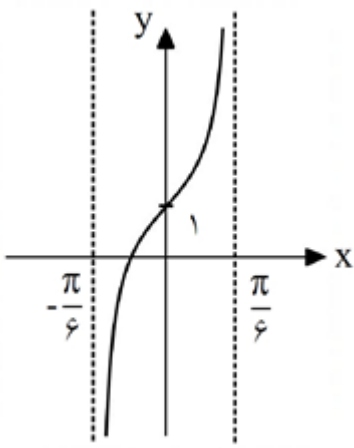
$$\cot \left(\frac{\pi}{2} + \theta \right) = -\tan \theta \Rightarrow y = 1 + \cot \left(\frac{\pi}{2} + x \right) = 1 - \tan x$$

پاسخ: ۱



۴۹

نمودار $y = a + \tan(bx)$ به صورت زیر است. a, b را به دست آورید.



۵۰

سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲-دوازدهم

$$T = \frac{\pi}{6} - \left(-\frac{\pi}{6}\right) \Rightarrow T = \frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{6} = \frac{2\pi}{6} = \frac{\pi}{3}$$

$$\frac{\pi}{|b|} = \frac{\pi}{3} \Rightarrow b = 3$$

پاسخ: ۱

تابع از نقطه $A(0, 1)$ می‌گذرد. بنابراین داریم:

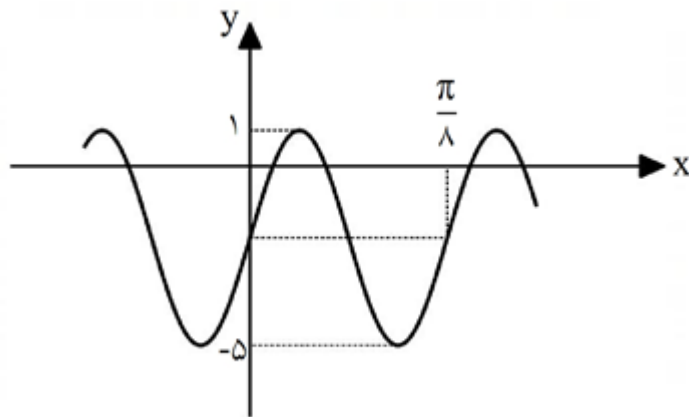
$$y = a + \tan(3x) \xrightarrow{A(0,1)} 1 = a + \tan(0) \Rightarrow a = 1$$

نمودار داده شده در شکل زیر مربوط به تابع با

ضابطه $y = a \sin(bx) + c$ است؟

الف) a, b, c را به دست آورید.

ب) مقدار $f\left(\frac{\pi}{24}\right)$ را تعیین کنید.



۵۱

سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲-دوازدهم

$$\max = |a| + c = 1 \Rightarrow 2c = -4 \Rightarrow c = -2 \Rightarrow |a| = 3 \Rightarrow a = 3$$

$$\min = -|a| + c = -5$$

$$T = \frac{2\pi}{|b|} = \frac{\pi}{4} \Rightarrow |b| = 16 \Rightarrow b = 16$$

$$y = 3 \sin(16x) - 2$$

پاسخ: ۱ الف)

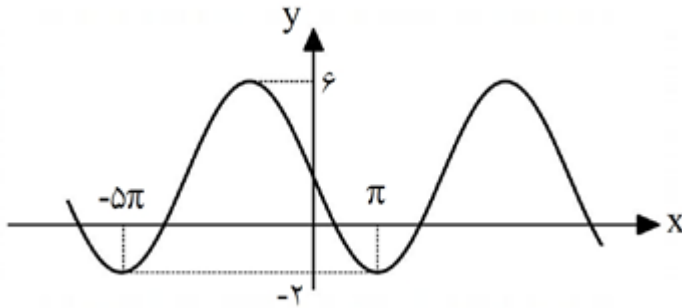
ب)

$$f\left(\frac{\pi}{24}\right) = 3 \sin\left(16 \times \frac{\pi}{24}\right) - 2 = 3 \sin\left(\frac{2\pi}{3}\right) - 2 = 3 \sin\left(\pi - \frac{\pi}{3}\right) - 2$$

$$\Rightarrow y = 3 \sin\left(\frac{\pi}{3}\right) - 2 = \frac{3\sqrt{3}}{2} - 2$$

نمودار $f(x) = a \sin(bx) + c$ با فرض $a < 0$ به صورت زیر است:
 الف) a ، b و c به دست آورید.

ب) مقدار $f\left(\frac{7\pi}{2}\right)$ را تعیین کنید.



۵۲

سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲-دوازدهم

$$\max = |a| + c = 6 \Rightarrow 2c = 6 \Rightarrow c = 3 \Rightarrow |a| = 6 \Rightarrow a = -6$$

$$\min = -|a| + c = -2$$

$$T = \frac{2\pi}{|b|} = 4\pi \Rightarrow |b| = \frac{1}{2} \Rightarrow b = \frac{1}{2}$$

$$f(x) = -6 \sin\left(\frac{x}{2}\right) + 3$$

$$f\left(\frac{7\pi}{2}\right) = -6 \sin\left(\frac{7\pi}{4}\right) + 3 = -6 \sin\left(\pi + \frac{\pi}{4}\right) + 3 = 6 \sin\left(\frac{\pi}{4}\right) + 3$$

$$\Rightarrow 6\left(\frac{1}{2}\right) + 3 = 3 + 3 = 6$$

پاسخ: ۱

دوره تناوب $f(x) = \frac{3}{2} - \sin\left(\frac{ax}{5}\right)$ برابر $\frac{\pi}{4}$ است. ($a > 0$)

الف) a را به دست آورید.

ب) دوره تناوب $g(x) = 2 - \tan\left(\frac{10x}{a}\right)$ را محاسبه کنید.

سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲-دوازدهم

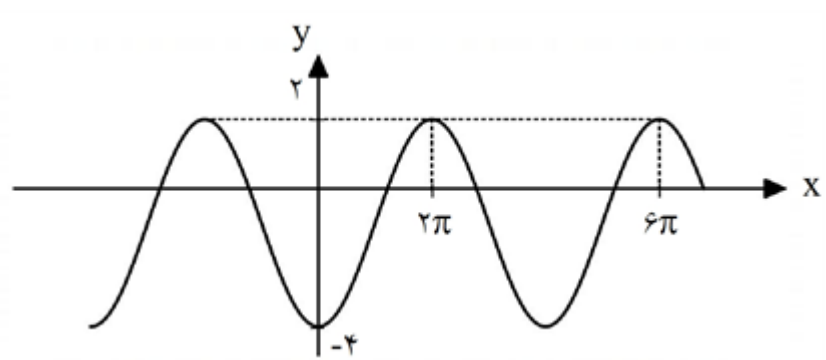
۵۳

پاسخ: ۱ الف)

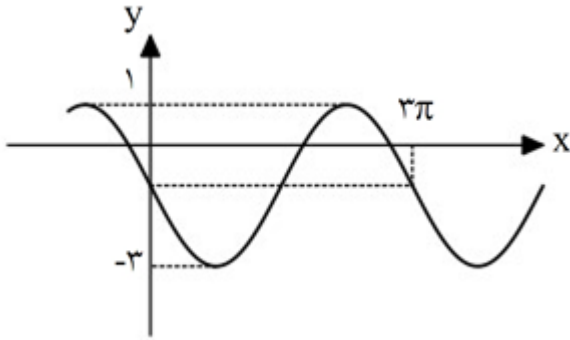
$$T_1 = \frac{2\pi}{\frac{a}{5}} = \frac{\pi}{4} \Rightarrow \frac{10\pi}{a} = \frac{\pi}{4} \Rightarrow a = 40$$

ب)

$$g(x) = 2 - \tan\left(\frac{10x}{a}\right) \xrightarrow{a=40} g(x) = 2 - \tan\left(\frac{x}{4}\right) \Rightarrow T_2 = \frac{\pi}{\frac{1}{4}} = 4\pi$$

	معادله زیر را حل کنید. $2 - 3 \sin x = \cos^2 x$ سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳-دوازدهم پاسخ: ۱ $2 - 3 \sin x = \cos^2 x \Rightarrow 2 - 3 \sin x = 1 - \sin^2 x \Rightarrow \sin^2 x - 3 \sin x + 1 = 0$ $\begin{cases} \sin x = \frac{1}{3} \Rightarrow \begin{cases} x = 2k\pi + \frac{\pi}{6} \\ x = 2k\pi + \pi - \frac{\pi}{6} \end{cases} \\ \sin x = 1 \Rightarrow x = 2k\pi + \frac{\pi}{2} \end{cases}$ $(k \in \mathbb{Z})$	۵۴
	معادله زیر را حل کنید. $\cos^2 x = 5 \cos(x) - 4$ سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳-دوازدهم پاسخ: ۱ $\cos^2 x = 5 \cos(x) - 4 \Rightarrow \cos^2 x - 5 \cos x + 4 = 0$ $\Rightarrow \cos^2 x - 5 \cos x + 4 = 0 \Rightarrow \begin{cases} \cos x = \frac{4}{5} \text{ غ ق ق} \\ \cos x = 1 \Rightarrow x = 2k\pi (k \in \mathbb{Z}) \end{cases}$	۵۵
	معادله $\cos(5x) = \sin x$ را حل کنید. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳-دوازدهم پاسخ: ۱ $\sin x = \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$ $\cos(5x) = \sin x \Rightarrow \cos(5x) = \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) \Rightarrow 5x = 2k\pi \pm \left(\frac{\pi}{2} - x\right)$ $\begin{cases} 5x = 2k\pi + \frac{\pi}{2} - x \Rightarrow 6x = 2k\pi + \frac{\pi}{2} \Rightarrow x = \frac{k\pi}{3} + \frac{\pi}{12} \\ 5x = 2k\pi - \frac{\pi}{2} + x \Rightarrow 4x = 2k\pi - \frac{\pi}{2} \Rightarrow x = \frac{k\pi}{2} - \frac{\pi}{4} \end{cases}$	۵۶
	نمودار داده شده در شکل زیر مربوط به تابع با ضابطه $y = a \cos(bx) + c$ است. با فرض $b > 0$ مقادیر a، b و c را به دست آورید.  سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳-دوازدهم پاسخ: ۱ $\begin{aligned} \max &= a + c = 2 \\ \min &= - a + c = -4 \Rightarrow 2c = -2 \Rightarrow c = -1 \Rightarrow a = 3 \xrightarrow{a < 0} a = -3 \\ T &= \frac{2\pi}{ b } = 4\pi \Rightarrow b = \frac{1}{2} \Rightarrow b = \frac{1}{2} \\ y &= -3 \cos\left(\frac{x}{2}\right) - 1 \end{aligned}$	۵۷

نمودار داده شده در شکل زیر مربوط به تابع با ضابطه $y = a \sin(bx) + c$ است. با فرض $a < 0$ ، مقادیر a ، b و c را به دست آورید.



۵۸

سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳-دوازدهم

$$\begin{aligned} \max &= |a| + c = 1 \\ \min &= -|a| + c = -3 \Rightarrow 2c = -2 \Rightarrow c = -1 \Rightarrow |a| = 2 \xrightarrow{a < 0} a = -2 \\ T &= \frac{2\pi}{|b|} = 3\pi \Rightarrow |b| = \frac{2}{3} \Rightarrow b = \frac{2}{3} \\ y &= -2 \sin\left(\frac{2}{3}x\right) - 1 \end{aligned}$$

پاسخ: ۱

اگر بیشترین و کمترین مقدار تابع $y = a \cos\left(\frac{x}{5}\right) + c$ به ترتیب ۵ و -۳ باشد:
الف) مقادیر $|a|$ و c را بیابید.
ب) دوره تناوب تابع را به دست آورید.

سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳-دوازدهم

$$\begin{aligned} \text{Max} &= |a| + c \Rightarrow \begin{cases} |a| + c = 5 \\ -|a| + c = -3 \end{cases} \Rightarrow 2c = 2 \Rightarrow c = 1 \\ \text{Min} &= -|a| + c = -3 \\ c=1 &\rightarrow |a| + 1 = 5 \Rightarrow |a| = 4 \\ T &= \frac{2\pi}{|b|} \xrightarrow{b=\frac{1}{5}} T = \frac{2\pi}{\frac{1}{5}} = 10\pi \end{aligned}$$

پاسخ: ۱

۵۹

معادله مثلثاتی زیر را حل کنید.

$$4 \cos^2(3x) - 3 = 0$$

سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳-دوازدهم

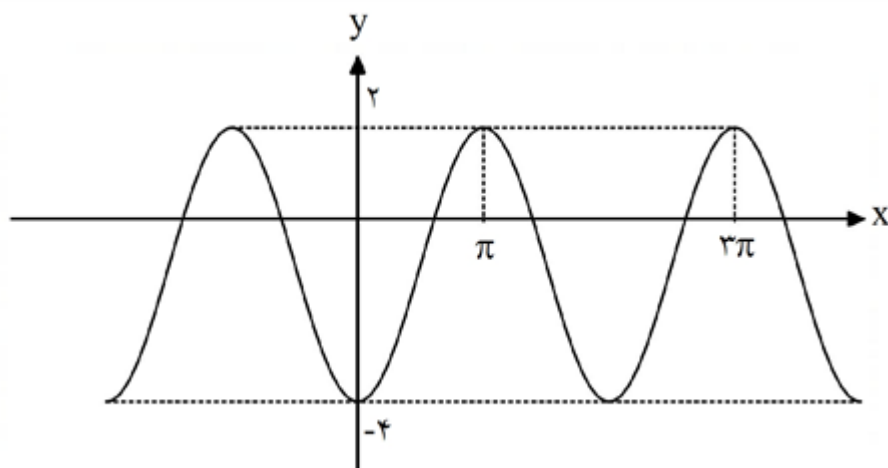
$$\begin{aligned} 4 \cos^2(3x) - 3 &= 0 \Rightarrow \cos^2(3x) = \frac{3}{4} \Rightarrow \cos(3x) = \pm \frac{\sqrt{3}}{2} \\ \cos(3x) &= \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \cos(3x) = \cos\left(\frac{\pi}{6}\right) \Rightarrow 3x = 2k\pi \pm \frac{\pi}{6} \Rightarrow x = \frac{2k\pi}{3} \pm \frac{\pi}{18} \\ \cos(3x) &= -\frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \cos(3x) = \cos\left(\pi - \frac{\pi}{6}\right) \Rightarrow 3x = 2k\pi \pm \frac{5\pi}{6} \Rightarrow x = \frac{2k\pi}{3} \pm \frac{5\pi}{18} \\ (k \in \mathbb{Z}) \end{aligned}$$

پاسخ: ۱

۶۰

	معادلهٔ مثلثاتی زیر را حل کنید. $4 \sin^2(\Delta x) - 1 = 0$ سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳ -دوازدهم پاسخ: ۱ $4 \sin^2(\Delta x) - 1 = 0 \Rightarrow \sin^2(\Delta x) = \frac{1}{4} \Rightarrow \sin(\Delta x) = \pm \frac{1}{2}$ $\sin(\Delta x) = \frac{1}{2} \Rightarrow \sin(\Delta x) = \sin\left(\frac{\pi}{6}\right) \Rightarrow \begin{cases} \Delta x = 2k\pi + \frac{\pi}{6} \Rightarrow x = \frac{2k\pi}{5} + \frac{\pi}{30} \\ \Delta x = 2k\pi + \pi - \frac{\pi}{6} \Rightarrow x = \frac{2k\pi}{5} + \frac{\pi}{6} \end{cases}$ $\sin(\Delta x) = -\frac{1}{2} \Rightarrow \sin(\Delta x) = \sin\left(-\frac{\pi}{6}\right) \Rightarrow \begin{cases} \Delta x = 2k\pi - \frac{\pi}{6} \Rightarrow x = \frac{2k\pi}{5} - \frac{\pi}{30} \\ \Delta x = 2k\pi + \pi + \frac{\pi}{6} \Rightarrow x = \frac{2k\pi}{5} + \frac{7\pi}{30} \end{cases}$ $(k \in \mathbb{Z})$	۶۱
	معادله مثلثاتی زیر را حل کنید. $2 \sin^2(x) - 15 \sin(x) + 7 = 0$ سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳ -دوازدهم پاسخ: ۱ $2 \sin^2(x) - 15 \sin(x) + 7 = 0 \Rightarrow (2 \sin x - 1)(\sin x - 7) = 0$ $\sin x = \frac{1}{2} \Rightarrow \begin{cases} x = 2k\pi + \frac{\pi}{6} \\ x = 2k\pi + \pi - \frac{\pi}{6} \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z})$ غ ق ق ق	۶۲
	معادله مثلثاتی زیر را حل کنید. $2 \cos^2(x) + 11 \cos(x) + 5 = 0$ سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳ -دوازدهم پاسخ: ۱ $2 \cos^2(x) + 11 \cos(x) + 5 = 0 \Rightarrow (2 \cos x + 1)(\cos x + 5) = 0$ $2 \cos x + 1 = 0 \Rightarrow \cos x = -\frac{1}{2} \Rightarrow \cos x = \cos\left(\pi - \frac{\pi}{3}\right) \Rightarrow x = 2k\pi \pm \frac{2\pi}{3} \quad (k \in \mathbb{Z})$ غ ق ق ق	۶۳
	معادله مثلثاتی زیر را حل کنید. $4 \sin^2(x) - 3 = 0$ سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳ -دوازدهم پاسخ: ۱ $4 \sin^2(x) - 3 = 0 \Rightarrow \sin^2(x) = \frac{3}{4} \Rightarrow \sin x = \pm \frac{\sqrt{3}}{2}$ $\sin x = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \sin x = \sin\left(\frac{\pi}{3}\right) \Rightarrow \begin{cases} x = 2k\pi + \frac{\pi}{3} \\ x = 2k\pi + \pi - \frac{\pi}{3} \end{cases}$ $\sin x = -\frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \sin x = \sin\left(-\frac{\pi}{3}\right) \Rightarrow \begin{cases} x = 2k\pi - \frac{\pi}{3} \\ x = 2k\pi + \pi + \frac{\pi}{3} \end{cases}$ $(k \in \mathbb{Z})$	۶۴

اگر نمودار $y = a \sin^2(bx) + c$ به صورت زیر باشد، a, b, c را حساب کنید ($b > 0$)



سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۱-۱۴۰۲-دوازدهم

۶۵

پاسخ: ۱

$$\sin^2 \theta = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \cos(2\theta)$$

$$y = a \sin^2(bx) + c = a \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{2} \cos(2bx) \right) + c = \frac{a}{2} - \frac{a}{2} \cos(2bx) + c$$

بنابراین برای تناوب داریم:

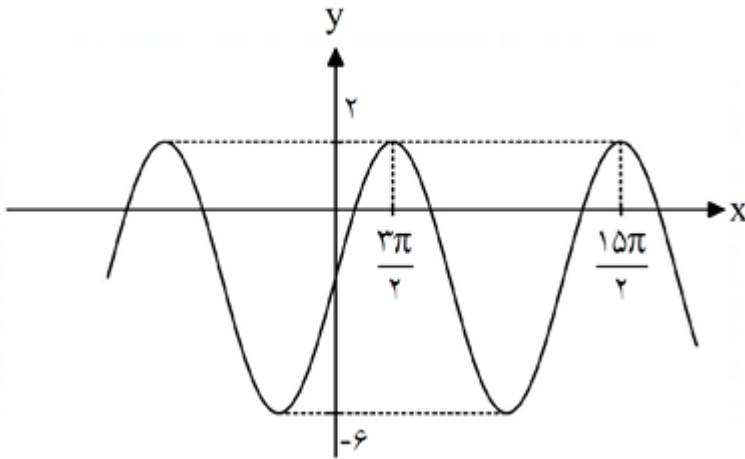
$$T = 2\pi - \pi \Rightarrow T = \pi \Rightarrow \frac{2\pi}{2b} = \pi \Rightarrow b = \frac{1}{2}$$

تابع از نقاط $A(0, -4)$ و $B(\pi, 2)$ می‌گذرد. بنابراین با جاگذاری در خود تابع می‌توان a, c را حساب کرد.

$$A(0, -4) \Rightarrow a \sin^2(0) + c = -4 \Rightarrow c = -4$$

$$B(\pi, 2) \Rightarrow a \sin^2\left(\frac{\pi}{2}\right) - 4 = 2 \Rightarrow a - 4 = 2 \Rightarrow a = 6$$

نمودار تابع $y = a \sin(bx) \cos(bx) + c$ به صورت زیر است. مقادیر a, b, c را حساب کنید. ($b > 0$)



سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۱-۱۴۰۲-دوازدهم

$$\sin \theta \times \cos \theta = \frac{1}{2} \sin 2\theta$$

پاسخ: ۱

$$y = a \sin(bx) \cos(bx) + c \Rightarrow y = \frac{a}{2} \sin(2bx) + c$$

با توجه به نمودار صورت سؤال این تابع Sin با ضریب مثبت است. بنابراین:

$$\begin{cases} y_{\max} = \left| \frac{a}{2} \right| + c = 2 \\ y_{\min} = -\left| \frac{a}{2} \right| + c = -6 \end{cases} \Rightarrow 2c = -4 \Rightarrow c = -2$$

$$\xrightarrow{c=-2} \left| \frac{a}{2} \right| - 2 = 2 \Rightarrow \left| \frac{a}{2} \right| = 4 \xrightarrow{a>0} a = 8$$

$$T = \frac{15\pi}{2} - \frac{3\pi}{2} \Rightarrow T = 6\pi \Rightarrow \frac{2\pi}{2b} = 6\pi \Rightarrow b = \frac{1}{6}$$

۶۶

دوره تناوب و مقادیر ماکزیمم و مینیمم تابع $y = 5 - 3 \sin\left(\frac{x}{5}\right)$ را حساب کنید.

سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۱-۱۴۰۰-دوازدهم

$$y_{\max} = |a| + c = 3 + 5 = 8$$

$$y_{\min} = -|a| + c = -3 + 5 = 2$$

$$T = \frac{2\pi}{|b|} = \frac{2\pi}{\frac{1}{5}} = 10\pi$$

پاسخ: ۱

۶۷

ضابطه تابعی سینوسی یا کسینوسی با دوره تناوب و مقادیر ماکزیمم و مینیمم داده شده را بنویسید.

$$T = \frac{\pi}{4}, \max = 4, \min = -2$$

سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۱-۱۴۰۰-دوازدهم

$$y_{\max} = |a| + c = 4$$

$$y_{\min} = -|a| + c = -2$$

$$\Rightarrow 2c = 2 \Rightarrow c = 1 \Rightarrow |a| = 3 \Rightarrow a = 3$$

$$T = \frac{2\pi}{|b|} = \frac{\pi}{4} \Rightarrow b = 8$$

$$y = a \sin(bx) + c \Rightarrow y = 3 \sin(8x) + 1$$

پاسخ: ۱

۶۸

دوره تناوب و مقادیر ماکزیمم و مینیمم تابع $y = 5 \cos(\sqrt{x}) - 1$ را حساب کنید.

سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۱-۱۴۰۰-دوازدهم

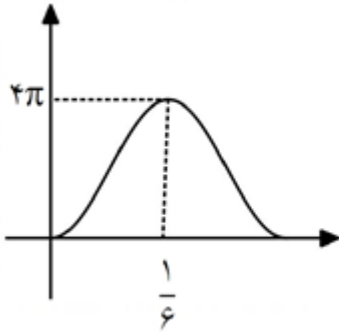
$$y_{\max} = |a| + c = 5 - 1 = 4$$

$$y_{\min} = -|a| + c = -5 - 1 = -6$$

$$T = \frac{2\pi}{|b|} = \frac{2\pi}{\sqrt{x}}$$

۶۹ پاسخ: ۱

با توجه به نمودار داده شده جدول زیر را کامل کنید.



تناوب	می‌نیمم	ماکزیمم	ضابطه تابع

سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۱-۱۴۰۰-دوازدهم

این یک تابع $\cos$ با ضریب منفی است. نصف تناوب $\frac{1}{6}$ است، بنابراین تناوب $\frac{1}{3}$ است. پاسخ: ۱ ۷۰

$$y_{\max} = |a| + c = 4\pi$$

$$y_{\min} = -|a| + c = 0$$

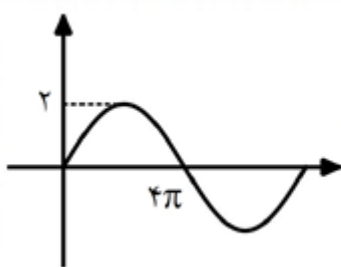
$$\Rightarrow 2c = 4\pi \Rightarrow c = 2\pi \Rightarrow |a| = 2\pi \Rightarrow a = -2\pi$$

$$T = \frac{2\pi}{b} = \frac{1}{3} \Rightarrow b = 6\pi$$

$$y = -2\pi \cos(6\pi x) + 2\pi$$

تناوب	می‌نیمم	ماکزیمم	ضابطه تابع
$\frac{1}{3}$	۰	4π	$y = -2\pi \cos(6\pi x) + 2\pi$

با توجه به نمودار داده شده جدول زیر را کامل کنید.



تناوب	می‌نیمم	ماکزیمم	ضابطه تابع

سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۱-۱۴۰۰ -دوازدهم

پاسخ: ۱ این یک تابع Sin با ضریب مثبت است. چون از مبدأ آغاز شده و ماکزیمم ۲ است. بنابراین مینیمم -۲ است. نصف تناوب 4π شده، بنابراین تناوب 8π است.

$$y_{\max} = |a| + c = 2$$

$$y_{\min} = -|a| + c = -2$$

$$\Rightarrow 2c = 0 \Rightarrow c = 0 \Rightarrow |a| = 2 \Rightarrow a = 2$$

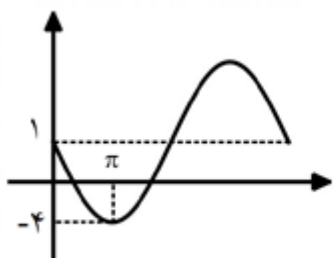
$$T = \frac{2\pi}{b} = 8\pi \Rightarrow b = \frac{1}{4}$$

$$y = 2 \sin\left(\frac{x}{4}\right)$$

تناوب	می‌نیمم	ماکزیمم	ضابطه تابع
8π	-۲	۲	$y = 2 \sin\left(\frac{x}{4}\right)$

۷۱

با توجه به نمودار داده شده جدول زیر را کامل کنید.



تناوب	می‌نیمم	ماکزیمم	ضابطه تابع

سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۱-۱۴۰۰ -دوازدهم

پاسخ: ۱ این یک تابع Sin با ضریب منفی است و مینیمم آن -۴ و با توجه به شکل ماکزیمم باید ۶ باشد یعنی ۵ واحد بالاتر از یک و یک چهارم تناوب π است در نتیجه تناوب 4π است.

$$y_{\max} = |a| + c = 6$$

$$y_{\min} = -|a| + c = -4$$

$$\Rightarrow 2c = 2 \Rightarrow c = 1 \Rightarrow |a| = 5 \Rightarrow a = -5$$

$$T = \frac{2\pi}{b} = 4\pi \Rightarrow b = \frac{1}{2}$$

$$y = -5 \sin\left(\frac{x}{2}\right) + 1$$

تناوب	می‌نیمم	ماکزیمم	ضابطه تابع
4π	-۴	۶	$y = -5 \sin\left(\frac{x}{2}\right) + 1$

۷۲

	ضابطه تابعی سینوسی یا کسینوسی با دوره تناوب و مقادیر ماکزیمم و مینیمم داده شده، بنویسید. $T = 10, \max = 6\pi, \min = -2\pi$ سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۱_۱۴۰۰ - دوازدهم $y_{\max} = a + c = 6\pi$ $y_{\min} = - a + 2 = -2\pi$ $\Rightarrow 2c = 6\pi \Rightarrow c = 3\pi \Rightarrow a = 6\pi \Rightarrow a = 6\pi$ $T = \frac{2\pi}{ b } = 10 \Rightarrow b = \frac{\pi}{5}$ $y = a \sin(bx) + c \Rightarrow y = 6\pi \sin\left(\frac{\pi}{5}x\right) + 3\pi$	پاسخ: ۱ ۷۳
	ضابطه تابعی سینوسی یا کسینوسی با دوره تناوب و مقادیر ماکزیمم و مینیمم داده شده، بنویسید. $T = \frac{\pi}{2}, \max = 4, \min = -1$ سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۱_۱۴۰۰ - دوازدهم $y_{\max} = a + c = 4$ $y_{\min} = - a + 2 = -1$ $\Rightarrow 2c = 6 \Rightarrow c = 3 \Rightarrow a = 4 \Rightarrow a = 4$ $T = \frac{2\pi}{ b } = \frac{\pi}{2} \Rightarrow b = 4$ $y = a \sin(bx) + c \Rightarrow y = 4 \sin(4x) + 3$	پاسخ: ۱ ۷۴

$$\cos \frac{1}{2}x = \frac{1}{2} \Rightarrow \cos \frac{1}{2}x = \cos \left(\frac{\pi}{3} \right) \Rightarrow \frac{1}{2}x = \frac{1}{2}k\pi \pm \frac{\pi}{3} \Rightarrow x = k\pi \pm \frac{\pi}{3}$$

$$\xrightarrow{(\cdot, \pi)} x = \frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6}$$

$$\text{الف) } |a| = \frac{\text{Max} - \text{Min}}{2} = \frac{9 - 3}{2} = 3$$

$$c = \frac{\text{Max} + \text{Min}}{2} = \frac{9 + 3}{2} = 6$$

$$\text{ب) } T = \frac{\frac{1}{2}\pi}{|b|} = \frac{\frac{1}{2}\pi}{\frac{1}{8}} = \frac{\pi}{4}$$

$$\begin{cases} \frac{1}{2}x = \frac{1}{2}k\pi + x \\ \frac{1}{2}x = \frac{1}{2}k\pi + \pi - x \end{cases} (k \in \mathbb{Z}) \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{2}k\pi \\ x = \frac{\frac{1}{2}k\pi}{2} + \frac{\pi}{2} \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$$

روش اول:

$$\frac{1}{2} \sin x \cos x - \sin x = 0 \Rightarrow \sin x (\frac{1}{2} \cos x - 1) = 0$$

$$\begin{cases} \sin x = 0 \Rightarrow x = k\pi \\ \cos x = \frac{1}{2} \Rightarrow x = \frac{1}{2}k\pi \pm \frac{\pi}{3} \end{cases}$$

روش دوم:

$$\frac{1}{4}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. گزینه ۲ باید به صورت زیر باشد.

$$\cos \frac{1}{2}\alpha = \frac{1}{2} \cos \frac{1}{2}\alpha - \frac{1}{2}$$

$$\begin{cases} c = 1 \\ |a| = \frac{1}{2} \xrightarrow{a > 0} a = \frac{1}{2} \end{cases}$$

$$T = \pi = \frac{\frac{1}{2}\pi}{|b|} \Rightarrow |b| = \frac{1}{2} \xrightarrow{b < 0} b = -\frac{1}{2}$$

$$|a| + 3 = 6 \Rightarrow |a| = 3$$

$$T = \frac{\frac{1}{2}\pi}{|b|} \Rightarrow \frac{\frac{1}{2}\pi}{\frac{1}{2}} = \pi$$

$$\sin \frac{1}{2}x = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{1}{2}x = \frac{1}{2}k\pi + \frac{\pi}{6} \Rightarrow x = \frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{3}$$

$$\frac{1}{2}x = \frac{1}{2}k\pi + \pi - \frac{\pi}{6} \Rightarrow x = \frac{k\pi}{2} + \frac{5\pi}{6} \Rightarrow x = \frac{5\pi}{6}, \frac{\pi}{6}$$

نادرست

$$\frac{17}{25}$$

نادرست

$$T = \frac{\pi}{|b|} \Rightarrow \frac{\pi}{|b|} = \frac{\pi}{3} \Rightarrow |b| = \frac{\pi}{3}$$

$$\left. \begin{array}{l} \max = \frac{\pi}{3} \\ \min = -\frac{\pi}{3} \end{array} \right\} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} |a| + c = \frac{\pi}{3} \\ -|a| + c = -\frac{\pi}{3} \end{array} \right. \Rightarrow \frac{\pi}{3} = c \Rightarrow c = \frac{\pi}{3} \Rightarrow |a| = \frac{\pi}{3}$$

$$y = a \sin bx + c \Rightarrow y = -\frac{\pi}{3} \sin \left(\frac{\pi}{3} x \right) + \frac{\pi}{3} \quad y = \frac{\pi}{3} \sin \left(-\frac{\pi}{3} x \right) + \frac{\pi}{3}$$

$$\sin \frac{\pi}{3} x = \sin \frac{\pi}{3}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\pi}{3} x = \frac{\pi}{3} k\pi + \frac{\pi}{3} \\ \frac{\pi}{3} x = \frac{\pi}{3} k\pi + \pi - \frac{\pi}{3} \end{array} \right. \quad k \in \mathbb{Z} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} x = k\pi + \frac{\pi}{3} \\ x = k\pi + \frac{2\pi}{3} \end{array} \right. \quad k \in \mathbb{Z}$$

۱۴ درست

۱۵ نادرست

$$T = \frac{\pi}{|b|} \Rightarrow T = \frac{\pi}{3} \quad \text{Max: } |a| + c = 1 + \sqrt{3}$$

$$\text{Min: } -|a| + c = -1 + \sqrt{3}$$

$$T = \frac{\pi}{|b|} = \pi \Rightarrow |b| = \frac{\pi}{\pi} = 1$$

$$|a| = \frac{\pi}{3}, c = 1 \Rightarrow y = -\frac{\pi}{3} \cos(\pi x) + 1 \quad \text{یا} \quad y = \frac{\pi}{3} \cos(\pi x) + 1$$

تنها نوشتن یکی از ضابطه‌های بالا کافی است.

$$\frac{\pi}{3} \sin x + \frac{\pi}{3} \sqrt{3} = 0 \Rightarrow \sin x = -\frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow \sin x = \sin \left(-\frac{\pi}{3} \right)$$

$$\Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} x = \frac{\pi}{3} k\pi - \frac{\pi}{3} \\ x = \frac{\pi}{3} k\pi + \frac{\pi}{3} \end{array} \right. \quad (k \in \mathbb{Z}) \xrightarrow{[0, \frac{\pi}{3}]} \left\{ \begin{array}{l} x = \frac{\pi}{3} \\ x = \frac{2\pi}{3} \end{array} \right.$$

$$\cos \frac{\pi}{3} x = \cos x \Rightarrow \frac{\pi}{3} x = \frac{\pi}{3} k\pi \pm x \Rightarrow x = \frac{\pi k\pi}{3} \Rightarrow x = \frac{\pi}{3}$$

$$\frac{\pi}{3} \sin x \cos x = \frac{1}{3} \Rightarrow \sin \frac{\pi}{3} x = \frac{1}{3} = \sin \left(\frac{\pi}{3} \right)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\pi}{3} x = \frac{\pi}{3} k\pi + \frac{\pi}{3} \\ \frac{\pi}{3} x = \frac{\pi}{3} k\pi + \pi - \frac{\pi}{3} \end{array} \right. \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} x = k\pi + \frac{\pi}{3} \\ x = k\pi + \frac{2\pi}{3} \end{array} \right. \quad (k \in \mathbb{Z})$$

$$\frac{\pi}{|b|} = \frac{\pi}{3} \Rightarrow b = \pm \frac{1}{3}$$

$$|a| = \frac{3 - (-1)}{3} = \frac{4}{3} \Rightarrow a = \pm \frac{4}{3}$$

با توجه به نمودار تابع، $ab = -1$ باید عدد منفی شود بنابراین

$$\sin x = \frac{1}{2} \Rightarrow \sin x = \sin \frac{\pi}{6} \Rightarrow \begin{cases} x = 2k\pi + \frac{\pi}{6} \\ x = 2k\pi + \frac{5\pi}{6} \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$$

۲۲

$$2T = \frac{2\pi}{3} - \left(-\frac{\pi}{3}\right) = \pi \Rightarrow T = \pi \Rightarrow \frac{2\pi}{|b|} = \pi \Rightarrow b = \pm 1$$

۲۳

$$c = \frac{2 + (-2)}{2} = 0$$

$$\left. \begin{aligned} |a| &= \frac{2 - (-2)}{2} = 2 \\ x &= \frac{\pi}{3} \\ \Rightarrow a &< 0 \end{aligned} \right\} \Rightarrow a = -2$$

مینیمم دارد

$$2 \cos^2 x - 1 - \cos x + 1 = 0 \Rightarrow \cos x (2 \cos x - 1) = 0$$

۲۴

$$\begin{cases} \cos x = 0 \Rightarrow x = \frac{\pi}{2} \\ \cos x = \frac{1}{2} \Rightarrow x = \frac{\pi}{3} \end{cases}$$

$$\max = 2 \Rightarrow a + 1 = 2 \Rightarrow a = 1$$

۲۵

$$T = \pi : \frac{2\pi}{|b|} = \pi \Rightarrow |b| = 1 \Rightarrow b = 1 \quad a = 2 \quad a + b = 3$$

$$T = \frac{2\pi}{|b|} = \frac{2\pi}{|\pi|} = 2$$

۲۶

$$\max = |a| + c = 5 \quad \min = -|a| + c = -1$$

$$1 - 2 \sin^2 x - 3 \sin x + 2 = 0 \Rightarrow -2 \sin^2 x - 3 \sin x + 1 = 0$$

۲۷

$$\Rightarrow \begin{cases} \sin x = -\frac{1}{2} \quad \text{ق ق غ} \\ \sin x = 1 \Rightarrow x = 2k\pi + \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

$$\cos x (2 \cos x + 1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} \cos x = 0 \Rightarrow x = k\pi + \frac{\pi}{2} \\ 2 \cos x + 1 = 0 \Rightarrow \cos x = -\frac{1}{2} \Rightarrow x = 2k\pi \pm \frac{2\pi}{3} \end{cases}$$

۲۸

$$\begin{cases} |a| + c = 5 \\ -|a| + c = -1 \end{cases} \Rightarrow c = 2, a = \pm 3$$

۲۹

$$2\pi = \frac{2\pi}{|b|} \Rightarrow |b| = 1 \Rightarrow b = \pm 1 \Rightarrow y = 2 \sin \frac{x}{2} + 2, y = -2 \sin \left(-\frac{x}{2}\right) + 2$$

درست ۳۰

$$\begin{aligned} |b| &= \frac{2\pi}{\pi} = 2 \Rightarrow b = \pm 2 \\ |a| &= \frac{2 - (-2)}{2} = 2 \Rightarrow a = \pm 2 \\ c &= \frac{2 + (-2)}{2} = 0 \end{aligned} \Rightarrow y = \pm 2 \sin(\pm \pi x)$$

۳۱

$$\sin \forall x = \sin x \Rightarrow \begin{cases} \forall x = \forall k\pi + x \Rightarrow x = \forall k\pi, k \in \mathbb{Z} \\ \forall x = \forall k\pi + \pi - x \Rightarrow x = \frac{\forall k\pi}{\forall} + \frac{\pi}{\forall}, k \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

۳۲

$$\forall \sin x \cos x - \cos x = \cdot \Rightarrow \begin{cases} \cos x = \cdot \Rightarrow x = k\pi + \frac{\pi}{\forall} \\ \sin x = \frac{1}{\forall} \Rightarrow x = \forall k\pi + \frac{\pi}{\forall}, x = \forall k\pi + \frac{\Delta\pi}{\forall} \end{cases}$$

$k \in \mathbb{Z}$

۳۴

$$\forall \sin \forall x + \sin x - 1 = \cdot \Rightarrow \begin{cases} \sin x = -1 \Rightarrow x = \forall k\pi - \frac{\pi}{\forall} \\ \sin x = \frac{1}{\forall} \Rightarrow \begin{cases} x = \forall k\pi + \frac{\pi}{\forall} \\ x = \forall k\pi + \pi - \frac{\pi}{\forall} \end{cases} \end{cases}$$

۳۵

$$\frac{\forall\pi}{|b|} = \forall \Rightarrow |b| = \pi \Rightarrow \begin{cases} |a| + c = \forall \\ -|a| + c = -\forall \end{cases} \Rightarrow \begin{matrix} |a| = \forall \\ c = 1 \end{matrix}$$

۳۶

هریک از توابع $y = \forall \cos(\pi x) + 1$ یا $y = -\forall \cos(\pi x) + 1$ یا $y = \forall \cos(-\pi x) + 1$ یا $y = -\forall \cos(-\pi x) + 1$ نوشته شود مورد قبول است.

$$\forall \sin \forall x \cos \forall x = \sin \forall x = \sin \forall (\forall / \Delta^\circ) = \frac{1}{\forall}$$

۳۷

$$|a| = \frac{\forall - (-\forall)}{\forall} = \forall \Rightarrow a = -\forall$$

۳۸

$$|b| = \frac{\forall\pi}{\forall\pi} = 1 \Rightarrow b = 1 \quad f(x) = -\forall \cos x$$

$$c = \frac{\forall + (-\forall)}{\forall} = \cdot$$

$$\frac{1}{\forall} \times \forall \times \wedge \sin \theta = \wedge \sqrt{\forall} \Rightarrow \sin \theta = \frac{\sqrt{\forall}}{\forall} \Rightarrow \theta = \forall \Delta^\circ, \theta = 135^\circ$$

۳۹

دو مثلث می‌توان رسم کرد.

$$\max = |a| + c = |-\forall\pi| + 9 = \forall\pi + 9$$

۴۰

$$\min = -|a| + c = -|-\forall\pi| + 9 = -\forall\pi + 9$$

$$T = \frac{\forall\pi}{\left|\frac{1}{\forall}\right|} = \forall\pi$$

$$\cos x (\forall \sin x + \forall) = \cdot \Rightarrow \begin{cases} \cos x = \cdot \Rightarrow x = k\pi + \frac{\pi}{\forall}, k \in \mathbb{Z} \\ \sin x = \frac{-\forall}{\forall} \end{cases}$$

۴۱

$$\sin x = \frac{-\forall}{\forall} \text{ قابل قبول نیست}$$

$$|a| = \frac{5 - (-1)}{2} = 3 \Rightarrow a = \pm 3, c = \frac{5 + (-1)}{2} = 2$$

$$|b| = \frac{2\pi}{8\pi} = \frac{1}{4} \Rightarrow b = \pm \frac{1}{4} \quad y = \pm 3 \sin\left(\pm \frac{1}{4}x\right) + 2$$

$$|b| = \frac{2\pi}{3}$$

$$|a| = 1, c = 4 \Rightarrow y = \sin \frac{2\pi}{3}x + 4 \text{ یا } y = -\sin \frac{2\pi}{3}x + 4$$

تنها نوشتن یکی از ضابطه‌های بالا کافی است.

$$-2 \sin^2 x - \sin x + 3 = 0 \Rightarrow \begin{cases} \sin x = 1 \Rightarrow x = 2k\pi + \frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z} \\ \sin x = -\frac{3}{2} \quad \text{غ ق ق} \end{cases}$$

درست

$$\sin 2x = \frac{\sqrt{3}}{2} = \sin \frac{\pi}{3} \Rightarrow \begin{cases} 2x = 2k\pi + \frac{\pi}{3} \Rightarrow x = k\pi + \frac{\pi}{6}, k \in \mathbb{Z} \\ 2x = 2k\pi + \pi - \frac{\pi}{3} \Rightarrow x = k\pi + \frac{\pi}{3}, k \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

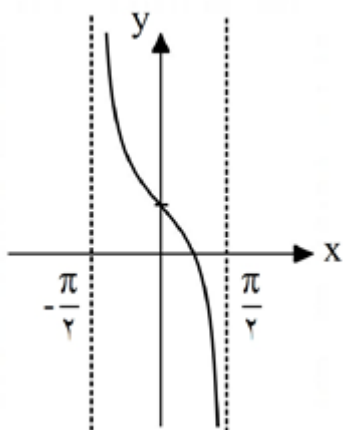
$$c = \frac{5 + 1}{2} = 3$$

$$|a| = \frac{5 - 1}{2} = 2 \quad a > 0, a = 2$$

$$b = \frac{2\pi}{4\pi} = \frac{1}{2} \Rightarrow y = 2 \cos\left(\frac{x}{2}\right) + 3$$

$$\Rightarrow y = 2 \cos\left(-\frac{x}{2}\right) + 3 \quad \text{یا}$$

$$\cot\left(\frac{\pi}{2} + \theta\right) = -\tan \theta \Rightarrow y = 1 + \cot\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = 1 - \tan x$$



$$T = \frac{\pi}{\varphi} - \left(-\frac{\pi}{\varphi}\right) \Rightarrow T = \frac{\pi}{\varphi} + \frac{\pi}{\varphi} = \frac{2\pi}{\varphi} = \frac{\pi}{3}$$

$$\frac{\pi}{|b|} = \frac{\pi}{3} \Rightarrow b = 3$$

۵۰

تابع از نقطه $A(0, 1)$ می‌گذرد. بنابراین داریم:

$$y = a + \tan(\varphi x) \xrightarrow{A(0,1)} 1 = a + \tan(0) \Rightarrow a = 1$$

$$\begin{aligned} \max &= |a| + c = 1 \Rightarrow 2c = -4 \Rightarrow c = -2 \Rightarrow |a| = 3 \Rightarrow a = 3 \\ \min &= -|a| + c = -5 \end{aligned} \quad (\text{الف})$$

۵۱

$$T = \frac{2\pi}{|b|} = \frac{\pi}{\lambda} \Rightarrow |b| = 16 \Rightarrow b = 16$$

$$y = 3 \sin(16x) - 2$$

(ب)

$$\begin{aligned} f\left(\frac{\pi}{24}\right) &= 3 \sin\left(16 \times \frac{\pi}{24}\right) - 2 = 3 \sin\left(\frac{2\pi}{3}\right) - 2 = 3 \sin\left(\pi - \frac{\pi}{3}\right) - 2 \\ \Rightarrow y &= 3 \sin\left(\frac{\pi}{3}\right) - 2 = \frac{3\sqrt{3}}{2} - 2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \max &= |a| + c = 6 \Rightarrow 2c = 4 \Rightarrow c = 2 \Rightarrow |a| = 4 \Rightarrow a = -4 \\ \min &= -|a| + c = -2 \end{aligned}$$

۵۲

$$T = \frac{2\pi}{|b|} = 6\pi \Rightarrow |b| = \frac{1}{3} \Rightarrow b = \frac{1}{3}$$

$$f(x) = -4 \sin\left(\frac{x}{3}\right) + 2$$

$$\begin{aligned} f\left(\frac{2\pi}{3}\right) &= -4 \sin\left(\frac{2\pi}{9}\right) + 2 = -4 \sin\left(\pi + \frac{\pi}{9}\right) + 2 = 4 \sin\left(\frac{\pi}{9}\right) + 2 \\ \Rightarrow 4\left(\frac{1}{2}\right) + 2 &= 2 + 2 = 4 \end{aligned}$$

(الف) ۵۳

$$T_1 = \frac{2\pi}{\frac{a}{\delta}} = \frac{\pi}{\varphi} \Rightarrow \frac{10\pi}{a} = \frac{\pi}{\varphi} \Rightarrow a = 10$$

(ب)

$$g(x) = 2 - \tan\left(\frac{10x}{a}\right) \xrightarrow{a=10} g(x) = 2 - \tan\left(\frac{x}{1}\right) \Rightarrow T_1 = \frac{\pi}{1} = \pi$$

$$2 - 3 \sin x = \cos 2x \Rightarrow 2 - 3 \sin x = 1 - 2 \sin^2 x \Rightarrow 2 \sin^2 x - 3 \sin x + 1 = 0$$

۵۴

$$\begin{cases} \sin x = \frac{1}{2} \Rightarrow \begin{cases} x = 2k\pi + \frac{\pi}{6} \\ x = 2k\pi + \pi - \frac{\pi}{6} \end{cases} \\ \sin x = -1 \Rightarrow x = 2k\pi + \frac{3\pi}{2} \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z})$$

$$\cos^r x = \Delta \cos(x) - r \Rightarrow r \cos^r x - 1 = \Delta \cos x - r$$

$$\Rightarrow r \cos^r x - \Delta \cos x + r = 0 \Rightarrow \begin{cases} \cos x = \frac{r}{\Delta} & \text{ق ق غ} \\ \cos x = 1 \Rightarrow x = r k \pi (k \in \mathbb{Z}) \end{cases}$$

$$\sin x = \cos\left(\frac{\pi}{r} - x\right)$$

$$\cos(\Delta x) = \sin x \Rightarrow \cos(\Delta x) = \cos\left(\frac{\pi}{r} - x\right) \Rightarrow \Delta x = r k \pi \pm \left(\frac{\pi}{r} - x\right)$$

$$\begin{cases} \Delta x = r k \pi + \frac{\pi}{r} - x \Rightarrow r x = r k \pi + \frac{\pi}{r} \Rightarrow x = \frac{k \pi}{r} + \frac{\pi}{r^2} \\ \Delta x = r k \pi - \frac{\pi}{r} + x \Rightarrow r x = r k \pi - \frac{\pi}{r} \Rightarrow x = \frac{k \pi}{r} - \frac{\pi}{r^2} \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \max &= |a| + c = r \\ \min &= -|a| + c = -r \Rightarrow r c = -r \Rightarrow c = -1 \Rightarrow |a| = r \xrightarrow{a < 0} a = -r \end{aligned}$$

$$T = \frac{r \pi}{|b|} = r \pi \Rightarrow |b| = \frac{1}{r} \Rightarrow b = \frac{1}{r}$$

$$y = -r \cos\left(\frac{x}{r}\right) - 1$$

$$\begin{aligned} \max &= |a| + c = 1 \\ \min &= -|a| + c = -r \Rightarrow r c = -r \Rightarrow c = -1 \Rightarrow |a| = r \xrightarrow{a < 0} a = -r \end{aligned}$$

$$T = \frac{r \pi}{|b|} = r \pi \Rightarrow |b| = \frac{r}{r} \Rightarrow b = \frac{r}{r}$$

$$y = -r \sin\left(\frac{r}{r} x\right) - 1$$

$$\begin{aligned} \text{Max} &= |a| + c \Rightarrow \begin{cases} |a| + c = \Delta \\ -|a| + c = -r \end{cases} \Rightarrow r c = r \Rightarrow c = 1 \\ \text{Min} &= -|a| + c \end{aligned}$$

$$\xrightarrow{c=1} |a| + 1 = \Delta \Rightarrow |a| = r$$

$$T = \frac{r \pi}{|b|} \xrightarrow{b=\frac{1}{\Delta}} T = \frac{r \pi}{\frac{1}{\Delta}} = 10 \pi$$

$$r \cos^r(r x) - r = 0 \Rightarrow \cos^r(r x) = \frac{r}{r} \Rightarrow \cos(r x) = \pm \frac{\sqrt{r}}{r}$$

$$\cos(r x) = \frac{\sqrt{r}}{r} \Rightarrow \cos(r x) = \cos\left(\frac{\pi}{r}\right) \Rightarrow r x = r k \pi \pm \frac{\pi}{r} \Rightarrow x = \frac{r k \pi}{r} \pm \frac{\pi}{r^2}$$

$$\cos(r x) = -\frac{\sqrt{r}}{r} \Rightarrow \cos(r x) = \cos\left(\pi - \frac{\pi}{r}\right) \Rightarrow r x = r k \pi \pm \frac{\Delta \pi}{r} \Rightarrow x = \frac{r k \pi}{r} \pm \frac{\Delta \pi}{r^2}$$

$$(k \in \mathbb{Z})$$

$$\sqrt{r} \sin \left(\frac{x}{\sqrt{r}} \right) - \sqrt{r} = 0 \Rightarrow \sin \left(\frac{x}{\sqrt{r}} \right) = \frac{1}{\sqrt{r}} \Rightarrow \sin \left(\frac{x}{\sqrt{r}} \right) = \pm \frac{1}{\sqrt{r}}$$

$$\sin \left(\frac{x}{\sqrt{r}} \right) = \frac{1}{\sqrt{r}} \Rightarrow \sin \left(\frac{x}{\sqrt{r}} \right) = \sin \left(\frac{\pi}{\sqrt{r}} \right) \Rightarrow \begin{cases} \frac{x}{\sqrt{r}} = \sqrt{r}k\pi + \frac{\pi}{\sqrt{r}} \Rightarrow x = \sqrt{r}k\pi + \pi \\ \frac{x}{\sqrt{r}} = \sqrt{r}k\pi + \pi - \frac{\pi}{\sqrt{r}} \Rightarrow x = \sqrt{r}k\pi + \pi - \frac{\pi}{\sqrt{r}} \end{cases}$$

$$\sin \left(\frac{x}{\sqrt{r}} \right) = -\frac{1}{\sqrt{r}} \Rightarrow \sin \left(\frac{x}{\sqrt{r}} \right) = \sin \left(-\frac{\pi}{\sqrt{r}} \right) \Rightarrow \begin{cases} \frac{x}{\sqrt{r}} = \sqrt{r}k\pi - \frac{\pi}{\sqrt{r}} \Rightarrow x = \sqrt{r}k\pi - \pi \\ \frac{x}{\sqrt{r}} = \sqrt{r}k\pi + \pi + \frac{\pi}{\sqrt{r}} \Rightarrow x = \sqrt{r}k\pi + \pi + \frac{\pi}{\sqrt{r}} \end{cases}$$

$$(k \in \mathbb{Z})$$

$$\sqrt{r} \sin \left(\frac{x}{\sqrt{r}} \right) - \sqrt{r} \sin x + \sqrt{r} = 0 \Rightarrow (\sqrt{r} \sin x - \sqrt{r})(\sin x - \sqrt{r}) = 0$$

$$\sin x = \frac{1}{\sqrt{r}} \Rightarrow \begin{cases} x = \sqrt{r}k\pi + \frac{\pi}{\sqrt{r}} \\ x = \sqrt{r}k\pi + \pi - \frac{\pi}{\sqrt{r}} \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z})$$

$$\sin x = \sqrt{r} \quad \text{ق ق غ}$$

$$\sqrt{r} \cos \left(\frac{x}{\sqrt{r}} \right) + \sqrt{r} \cos x + \sqrt{r} = 0 \Rightarrow (\sqrt{r} \cos x + \sqrt{r})(\cos x + \sqrt{r}) = 0$$

$$\sqrt{r} \cos x + \sqrt{r} = 0 \Rightarrow \cos x = -\frac{1}{\sqrt{r}} \Rightarrow \cos x = \cos \left(\pi - \frac{\pi}{\sqrt{r}} \right) \Rightarrow x = \sqrt{r}k\pi \pm \frac{\pi}{\sqrt{r}} \quad (k \in \mathbb{Z})$$

$$\cos x + \sqrt{r} = 0 \Rightarrow \cos x = -\sqrt{r} \quad \text{ق ق غ}$$

$$\sqrt{r} \sin \left(\frac{x}{\sqrt{r}} \right) - \sqrt{r} = 0 \Rightarrow \sin \left(\frac{x}{\sqrt{r}} \right) = \frac{\sqrt{r}}{\sqrt{r}} \Rightarrow \sin x = \pm \frac{\sqrt{r}}{\sqrt{r}}$$

$$\sin x = \frac{\sqrt{r}}{\sqrt{r}} \Rightarrow \sin x = \sin \left(\frac{\pi}{\sqrt{r}} \right) \Rightarrow \begin{cases} x = \sqrt{r}k\pi + \frac{\pi}{\sqrt{r}} \\ x = \sqrt{r}k\pi + \pi - \frac{\pi}{\sqrt{r}} \end{cases}$$

$$\sin x = -\frac{\sqrt{r}}{\sqrt{r}} \Rightarrow \sin x = \sin \left(-\frac{\pi}{\sqrt{r}} \right) \Rightarrow \begin{cases} x = \sqrt{r}k\pi - \frac{\pi}{\sqrt{r}} \\ x = \sqrt{r}k\pi + \pi + \frac{\pi}{\sqrt{r}} \end{cases}$$

$$(k \in \mathbb{Z})$$

$$\sin \left(\frac{\theta}{\sqrt{r}} \right) = \frac{1}{\sqrt{r}} - \frac{1}{\sqrt{r}} \cos(\sqrt{r}\theta)$$

$$y = a \sin \left(\frac{bx}{\sqrt{r}} \right) + c = a \left(\frac{1}{\sqrt{r}} - \frac{1}{\sqrt{r}} \cos(\sqrt{r}bx) \right) + c = \frac{a}{\sqrt{r}} - \frac{a}{\sqrt{r}} \cos(\sqrt{r}bx) + c$$

بنابراین برای تناوب داریم:

$$T = \sqrt{r}\pi - \pi \Rightarrow T = \sqrt{r}\pi \Rightarrow \frac{\sqrt{r}\pi}{\sqrt{r}b} = \sqrt{r}\pi \Rightarrow b = \frac{1}{\sqrt{r}}$$

تابع از نقاط $A(0, -\sqrt{r})$ و $B(\pi, \sqrt{r})$ می‌گذرد. بنابراین با جاگذاری در خود تابع می‌توان a, c را حساب کرد.

$$A(0, -\sqrt{r}) \Rightarrow a \sin \left(\frac{0}{\sqrt{r}} \right) + c = -\sqrt{r} \Rightarrow c = -\sqrt{r}$$

$$B(\pi, \sqrt{r}) \Rightarrow a \sin \left(\frac{\pi}{\sqrt{r}} \right) - \sqrt{r} = \sqrt{r} \Rightarrow a - \sqrt{r} = \sqrt{r} \Rightarrow a = \sqrt{r}$$

$$\sin \theta \times \cos \theta = \frac{1}{2} \sin 2\theta$$

$$y = a \sin (bx) \cos (bx) + c \Rightarrow y = \frac{a}{2} \sin (2bx) + c$$

با توجه به نمودار صورت سؤال این تابع Sin با ضریب مثبت است. بنابراین:

$$\begin{cases} y_{\max} = \left| \frac{a}{2} \right| + c = 2 \\ y_{\min} = -\left| \frac{a}{2} \right| + c = -6 \end{cases} \Rightarrow 2c = -4 \Rightarrow c = -2$$

$$\xrightarrow{c=-2} \left| \frac{a}{2} \right| - 2 = 2 \Rightarrow \left| \frac{a}{2} \right| = 4 \xrightarrow{a>0} a = 8$$

$$T = \frac{10\pi}{2} - \frac{2\pi}{2} \Rightarrow T = 4\pi \Rightarrow \frac{2\pi}{2b} = 4\pi \Rightarrow b = \frac{1}{4}$$

$$y_{\max} = |a| + c = 3 + 5 = 8$$

$$y_{\min} = -|a| + c = -3 + 5 = 2$$

$$T = \frac{2\pi}{|b|} = \frac{2\pi}{\frac{1}{5}} = 10\pi$$

$$y_{\max} = |a| + c = 4$$

$$y_{\min} = -|a| + c = -2$$

$$\Rightarrow 2c = 2 \Rightarrow c = 1 \Rightarrow |a| = 3 \Rightarrow a = 3$$

$$T = \frac{2\pi}{|b|} = \frac{\pi}{4} \Rightarrow b = 8$$

$$y = a \sin (bx) + c \Rightarrow y = 3 \sin (8x) + 1$$

$$y_{\max} = |a| + c = 5 - 1 = 4$$

$$y_{\min} = -|a| + c = -5 - 1 = -6$$

$$T = \frac{2\pi}{|b|} = \frac{2\pi}{5}$$

این یک تابع Cos با ضریب منفی است. نصف تناوب $\frac{1}{6}$ است، بنابراین تناوب $\frac{1}{3}$ است.

$$y_{\max} = |a| + c = 4\pi$$

$$y_{\min} = -|a| + c = 0$$

$$\Rightarrow 2c = 4\pi \Rightarrow c = 2\pi \Rightarrow |a| = 2\pi \Rightarrow a = -2\pi$$

$$T = \frac{2\pi}{b} = \frac{1}{3} \Rightarrow b = 6\pi$$

$$y = -2\pi \cos (6\pi x) + 2\pi$$

ضابطه تابع	ماکزیمم	می‌نیمم	تناوب
$y = -2\pi \cos(6\pi x) + 2\pi$	4π	0	$\frac{1}{3}$

این یک تابع Sin با ضریب مثبت است. چون از مبدأ آغاز شده و ماکزیمم ۲ است. بنابراین مینیمم -۲ است. نصف تناوب 4π شده، بنابراین تناوب 8π است.

$$y_{\max} = |a| + c = 2$$

$$y_{\min} = -|a| + c = -2$$

$$\Rightarrow 2c = 0 \Rightarrow c = 0 \Rightarrow |a| = 2 \Rightarrow a = 2$$

$$T = \frac{2\pi}{b} = 8\pi \Rightarrow b = \frac{1}{4}$$

$$y = 2 \sin\left(\frac{x}{4}\right)$$

ضابطه تابع	ماکزیمم	می‌نیمم	تناوب
$y = 2 \sin\left(\frac{x}{4}\right)$	۲	-۲	8π

این یک تابع Sin با ضریب منفی است و مینیمم آن -۴ و با توجه به شکل ماکزیمم باید ۶ باشد یعنی ۵ واحد بالاتر از یک و یک چهارم تناوب π است در نتیجه تناوب 4π است.

$$y_{\max} = |a| + c = 6$$

$$y_{\min} = -|a| + c = -4$$

$$\Rightarrow 2c = 2 \Rightarrow c = 1 \Rightarrow |a| = 5 \Rightarrow a = -5$$

$$T = \frac{2\pi}{b} = 4\pi \Rightarrow b = \frac{1}{2}$$

$$y = -5 \sin\left(\frac{x}{2}\right) + 1$$

ضابطه تابع	ماکزیمم	می‌نیمم	تناوب
$y = -5 \sin\left(\frac{x}{2}\right) + 1$	۶	-۴	4π

$$y_{\max} = |a| + c = 6\pi$$

$$y_{\min} = -|a| + c = -2\pi$$

$$\Rightarrow 2c = 4\pi \Rightarrow c = 2\pi \Rightarrow |a| = 4\pi \Rightarrow a = 4\pi$$

$$T = \frac{2\pi}{|b|} = 10 \Rightarrow b = \frac{\pi}{5}$$

$$y = a \sin(bx) + c \Rightarrow y = 4\pi \sin\left(\frac{\pi}{5}x\right) + 2\pi$$

$$y_{\max} = |a| + c = 7$$

$$y_{\min} = -|a| + c = -1$$

$$\Rightarrow 2c = 6 \Rightarrow c = 3 \Rightarrow |a| = 4 \Rightarrow a = 4$$

$$T = \frac{2\pi}{|b|} = \frac{\pi}{2} \Rightarrow b = 4$$

$$y = a \sin(bx) + c \Rightarrow y = 4 \sin(4x) + 3$$

۵

۱

۲

۳

۴

