

۱. در شکل مقابل، AD نیمساز زاویه A است. مساحت مثلث ACD کدام است؟

- (۱) $9\sqrt{3}$ (۲) $3\sqrt{3}$ (۳) $27\sqrt{3}$ (۴) $6\sqrt{3}$

۲. پاره خط AB به طول L مفروض است. اگر با توجه به مقدار L ، فقط یک نقطه در صفحه وجود داشته باشد که از A به فاصله ۴ و از B به فاصله ۶ باشد، آن گاه

مجموع مقادیر ممکن برای L کدام است؟

- (۱) ۶ (۲) ۱۲ (۳) ۱۰ (۴) ۹

۳. چند مثلث متمایز با طول اضلاع 6 ، $BC = 6$ ، $AB = 5$ و به مساحت ۲۱ وجود دارد؟

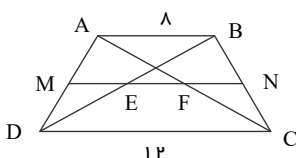
- (۱) صفر (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۴. در مربع $ABCD$ ضلع CD را از طرف C به اندازه ضلع مربع تا نقطه E امتداد می دهیم، به طوری که AE ضلع BC را در F قطع کند. مساحت چهار ضلعی

$AFCD$ چند برابر مساحت مربع است؟

- (۱) $\frac{4}{5}$ (۲) $\frac{2}{3}$ (۳) $\frac{3}{4}$ (۴) $\frac{4}{7}$

۵. در شکل زیر، $ABCD$ دوزنقه و M و N وسط دو ساق است. طول EF کدام است؟



- (۱) ۲ (۲) 1.5 (۳) ۱ (۴) $\frac{3}{4}$

۶. روی پاره خط $AB = a$ دو نقطه M و N را به قسمتی اختیار می کنیم که $\frac{AM}{MB} = \frac{BN}{AN} = 2$. در این صورت طول پاره خط MN چقدر است؟

- (۱) $\frac{a}{4}$ (۲) $\frac{a}{2}$ (۳) $\frac{a}{3}$ (۴) $\frac{2a}{3}$

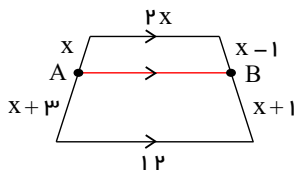
۷. اگر $k = \frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ و $k > 0$ ، آنگاه حاصل $\sqrt{\frac{2a^2 + 3c^2}{2b^2 + 3d^2}}$ کدام است؟

- (۱) k (۲) $-k$ (۳) $\frac{1}{k}$ (۴) $-\frac{1}{k}$

۸. در مثلث ABC ، رأس B را به نقطه O وسط میانه AM وصل می کنیم و امتداد می دهیم تا ضلع AC را در N قطع کند. ON چه کسری از BN است؟

- (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) $\frac{1}{3}$ (۳) $\frac{1}{4}$ (۴) $\frac{1}{6}$

۹. در دوزنقه ی روبه رو، طول پاره خط AB کدام است؟



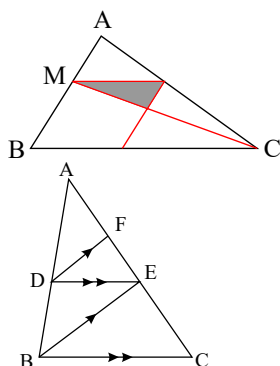
- (۱) ۹ (۲) 7.5 (۳) ۱۰ (۴) ۸

۱۰. در شکل زیر $\frac{MA}{MB} = \frac{2}{3}$ ، مساحت مثلث سایه زده چند درصد مساحت متوازی الاضلاع است؟

- (۱) ۲۰ (۲) ۲۴ (۳) ۲۵ (۴) ۳۰

۱۱. در شکل مقابل با فرض $\frac{EF}{AC} = \frac{6}{25}$ ، حاصل $\frac{DE}{BC}$ کدام می تواند باشد؟

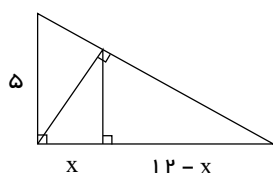
- (۱) 0.2 (۲) 0.3 (۳) 0.4 (۴) 0.5



۱۲. در مثلث متساوی الاضلاع به ضلع واحد مربعی محاط کرده ایم. طول ضلع این مربع کدام است؟

- (۱) $2\sqrt{2} - 2$ (۲) $2\sqrt{3} - 3$ (۳) $\sqrt{3} - 1$ (۴) $4 - 2\sqrt{3}$

۱۳. در شکل ارتفاع هر دو مثلث قائم‌الزاویه رسم شده است. اندازه‌ی x کدام است؟



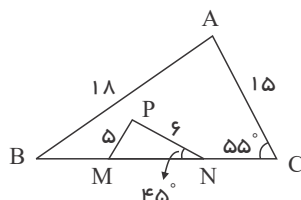
$$\frac{144}{25} \quad (2)$$

$$\frac{144}{13} \quad (4)$$

$$\frac{300}{169} \quad (1)$$

$$\frac{25}{13} \quad (3)$$

۱۴. در شکل روبه‌رو، $BM = MN = NC$. اندازه‌ی زاویه‌ی MPN چقدر است؟



$$75^\circ \quad (2)$$

$$85^\circ \quad (4)$$

$$70^\circ \quad (1)$$

$$80^\circ \quad (3)$$

۱۵. در مستطیل $ABCD$ از رأس A ، پاره خط AH را بر قطر BD عمود می‌کنیم، طوری که $HB = 3DH$. اگر فاصله‌ی نقطه‌ی وسط ضلع AB از قطر مستطیل

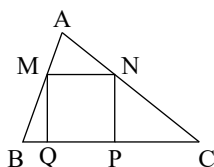
برابر $2\sqrt{3}$ باشد. آن‌گاه اندازه‌ی ضلع AD چقدر است؟

$$3\sqrt{6} \quad (4)$$

$$6\sqrt{2} \quad (3)$$

$$8 \quad (2)$$

$$12 \quad (1)$$



۱۶. در شکل زیر اگر $\frac{AM}{MB} = \frac{2}{3}$ ، مساحت مربع $MNPQ$ چند درصد مساحت مثلث ABC است؟

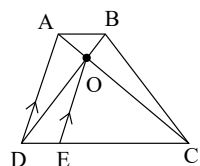
$$48 \quad (2)$$

$$36 \quad (1)$$

$$54 \quad (4)$$

$$64 \quad (3)$$

۱۷. در دوزنقه‌ی $ABCD$ شکل زیر، $OE \parallel AD$ است. اگر $\frac{DE}{DC} = \frac{1}{5}$ باشد، مساحت مثلث AOB چه کسری از مساحت دوزنقه است؟

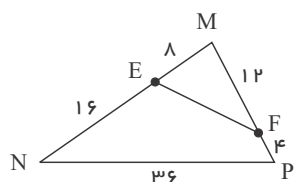


$$\frac{2}{25} \quad (2)$$

$$\frac{2}{15} \quad (4)$$

$$\frac{3}{10} \quad (1)$$

$$\frac{1}{25} \quad (3)$$



۱۸. در شکل زیر، محیط مثلث MEF چقدر است؟

$$32 \quad (2)$$

$$38 \quad (1)$$

$$36 \quad (4)$$

$$34 \quad (3)$$

۱۹. نسبت مساحت دو مثلث متشابه ABC و $A'B'C'$ به صورت $\frac{S_{ABC}}{S_{A'B'C'}} = \frac{9}{16}$ است. اگر بزرگ‌ترین ضلع مثلث ABC ، واحد و نسبت کوچک‌ترین ضلع

به بزرگ‌ترین ضلع در مثلث $A'B'C'$ باشد، اندازه‌ی ضلع کوچک‌تر در مثلث $A'B'C'$ چند واحد است؟

$$\frac{28}{9} \quad (4)$$

$$\frac{56}{9} \quad (3)$$

$$\frac{14}{3} \quad (2)$$

$$\frac{7}{3} \quad (1)$$

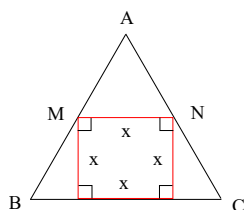
۲۰. در داخل مثلث متساوی‌الاضلاعی به ضلع $\sqrt{3}$ ، یک مربع محاط شده است. ضلع این مربع کدام است؟

$$3(2 - \sqrt{3}) \quad (2)$$

$$2(3 - \sqrt{3}) \quad (1)$$

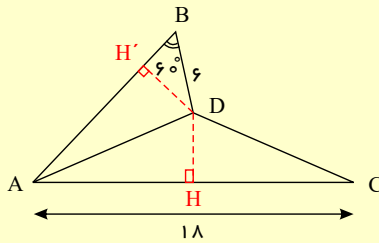
$$4 - \sqrt{3} \quad (4)$$

$$2 - \sqrt{3} \quad (3)$$



۱. گزینه ۳

ارتفاع دو مثلث $\triangle ADC$ ، $\triangle ADB$ را رسم می‌نماییم.



با توجه به تصویر در مثلث $\triangle ADB$ داریم:

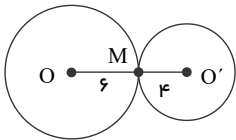
$$\sin 60^\circ = \frac{DH'}{DB} \rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{DH'}{6} \rightarrow DH' = 3\sqrt{3}$$

نقطه D روی نیمساز قرار دارد پس از دو ضلع زاویه به یک فاصله است، یعنی:

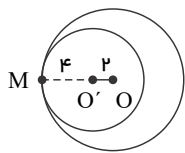
$$DH' = DH = 3\sqrt{3}$$

$$S_{\triangle ADC} = \frac{1}{2} DH \times AC = \frac{1}{2} \times 3\sqrt{3} \times 18 = 27\sqrt{3}$$

۲. گزینه ۳ با توجه به اینکه فقط یک نقطه با ویژگی ذکر شده وجود دارد می‌توان دو حالت در نظر گرفت:



$$\rightarrow L = OM + O'M = 6 + 4 = 10 \text{ حالت اول:}$$



$$L = OM - O'M = 6 - 4 = 2 \text{ حالت دوم:}$$

پس L دو مقدار مختلف می‌تواند داشته باشد.

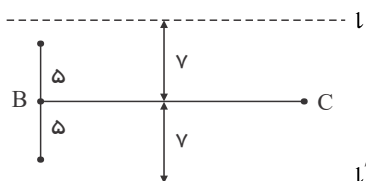
۳. گزینه ۱ با توجه به اطلاعات مسئله یعنی مساحت و طول ضلع می‌توان ارتفاع وارد بر بعضی اضلاع را محاسبه نمود:

$$S = \frac{1}{2} BC \times h_{BC} \rightarrow$$

$$\frac{1}{2} \times 6 \times h_{BC} = 21 \rightarrow h_{BC} = 7$$

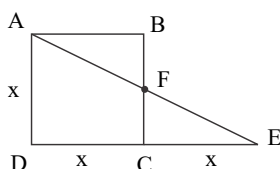
حال می‌توان گفت رأس در ۷ واحدی از ضلع BC قرار دارد، یعنی رأس A یا روی خط ℓ قرار می‌گیرد یا ℓ' .

حال به مرکز B و شعاع ۵ واحد دایره رسم می‌نماییم تا خط ℓ یا ℓ' قطع نماید، زیرا ضلع AB برابر ۵ واحد است. دایره مرسوم هیچ برخوردی با ℓ یا ℓ' ندارد؛



بنابراین هیچ مثلثی قابل رسم نمی‌باشد.

۴. گزینه ۳ ابتدا یک تصویر کلی از مسئله رسم می‌نماییم. با توجه به شکل در مثلث ADE داریم:



$$AD \parallel CF \rightarrow \frac{CF}{AD} = \frac{CE}{DE} \rightarrow \frac{CF}{x} = \frac{x}{2x} \rightarrow CF = \frac{x}{2}$$

حال می‌توان مساحت دوزنقه را به شکل زیر محاسبه نمود:

$$\text{مساحت دوزنقه} = \frac{\left(\frac{x}{2} + x\right)x}{2} = \frac{\left(\frac{3x}{2}\right)x}{2} = \frac{\left(\frac{3x}{2}\right)x}{2} = \frac{3x^2}{4}$$

نسبت مساحت دوزنقه به مربع برابر است:

$$\frac{\frac{3x^2}{4}}{x^2} = \frac{3}{4}$$

۵. گزینه ۱ با توجه به اینکه M و N وسط دو ساق قرار گرفته می‌توان نتیجه گرفت:

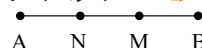
$$\frac{AM}{MD} = \frac{BN}{NC} = 1 \rightarrow MN \parallel AB \parallel DC$$

$$ME \parallel AB \xrightarrow{\triangle ADB} \frac{ME}{AB} = \frac{DM}{DA} = \frac{1}{2} \rightarrow ME = \frac{1}{2} AB = 4$$

$$MF \parallel DC \xrightarrow{\triangle DAC} \frac{MF}{DC} = \frac{AM}{AD} = \frac{1}{2} \rightarrow MF = \frac{1}{2} DC = 6$$

$$EF = MF - ME = 6 - 4 = 2$$

۶. گزینه ۳ با توجه به فرض مسئله داریم:



حال در کسرهای فوق از ترکیب در مخرج استفاده می‌کنیم:

$$\frac{MB}{AM} = \frac{AN}{BN} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{MB}{AM + MB} = \frac{AN}{BN + AN} = \frac{1}{2 + 1}$$

$$\Rightarrow \frac{MB}{AB} = \frac{AN}{AB} = \frac{1}{3} \Rightarrow MB = AN = \frac{AB}{3} = \frac{a}{3}$$

$$\Rightarrow MN = AB - (BM + AN) = a - \left(\frac{a}{3} + \frac{a}{3}\right) = \frac{a}{3}$$

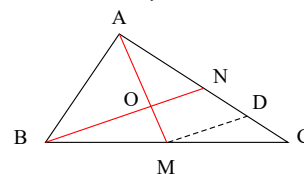
۷. گزینه ۱ با توجه به فرض مسئله داریم:

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = k \Rightarrow \frac{a^2}{b^2} = \frac{c^2}{d^2} = k^2 \Rightarrow \frac{2a^2}{2b^2} = \frac{3c^2}{3d^2} = k^2 \xrightarrow{\text{ترکیب در صورت و مخرج}} \frac{2a^2 + 3c^2}{2b^2 + 3d^2} = k^2$$

$$\Rightarrow \sqrt{\frac{2a^2 + 3c^2}{2b^2 + 3d^2}} = \sqrt{k^2} \xrightarrow{k > 0} \sqrt{\frac{2a^2 + 3c^2}{2b^2 + 3d^2}} = k$$

۸. گزینه ۳ از M پای میانه موازی ON رسم کرده تا AC را در نقطه‌ی D قطع کند، از قضیه‌ی تالس نتیجه می‌گیریم:

$$MD \parallel BN \Rightarrow \frac{MC}{MB} = \frac{CD}{ND} \xrightarrow{MC=MB} CD = ND$$



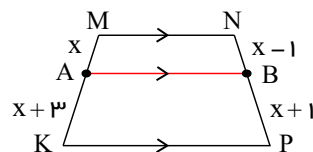
در مثلث AMD چون O وسط ضلع AM است: $ON = \frac{1}{2} MD$

بنابراین:

$$ON = \frac{1}{2} MD = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2} BN \right) = \frac{1}{4} BN$$

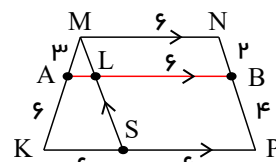
۹. گزینه ۴ در دوزنقه‌ی $MNPK$ ، چون پاره‌خط AB با قاعده‌های دوزنقه موازی است، پس طبق قضیه‌ی تالس نتیجه می‌شود که:

$$\frac{MA}{AK} = \frac{NB}{BP} \Rightarrow \frac{x}{x+3} = \frac{x-1}{x+1} \Rightarrow x^2 + x = x^2 + 2x - 3 \Rightarrow x = 3$$



پس شکل به صورت زیر خواهد شد که با رسم خطی از رأس M موازی ساق NP خواهیم داشت:

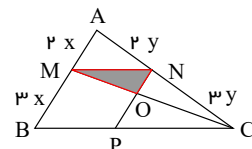
$$\begin{aligned} \Delta MKS : AL \parallel KS &\rightarrow \frac{AL}{KS} = \frac{MA}{MK} \Rightarrow \frac{AL}{6} = \frac{3}{9} \\ \Rightarrow AL = 2 &\Rightarrow AB = AL + LB = 2 + 6 = 8 \end{aligned}$$



۱۰. گزینه ۱ مساحت مثلث و متوازی الاضلاع را برحسب سینوس زاویه N بدست می آوریم. بنابر فرض چهارضلعی $MNPB$ متوازی الاضلاع است پس

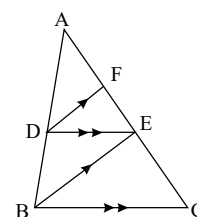
$NP = 3x$ درضمن طبق قضیه تالس داریم:

$$\begin{aligned} ON \parallel AM &\Rightarrow \frac{ON}{AM} = \frac{CN}{AC} \Rightarrow \frac{ON}{2x} = \frac{3y}{5y} \Rightarrow ON = \frac{6}{5}x \\ \frac{SMNO}{SMNPB} &= \frac{\frac{1}{2}MN \times NO \sin N}{MN \times NP \sin N} = \frac{ON}{2NP} = \frac{\frac{6}{5}x}{2(3x)} = \frac{1}{5} = 20\% \end{aligned}$$



۱۱. گزینه ۳

$$\begin{aligned} \Delta ABC : DE \parallel BC &\Rightarrow \frac{DE}{BC} = \frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC} \\ \Delta ABE : DF &\parallel BE \Rightarrow \frac{AD}{AB} \\ &= \frac{AF}{AE} \\ &= \frac{AE - EF}{AE} \\ &= 1 - \frac{EF}{AE} \end{aligned}$$



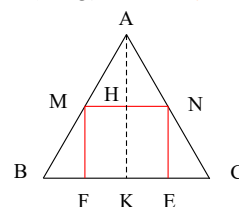
از تناسب های فوق نتیجه می شود $\frac{EF}{AE} = 1 - \frac{AD}{AB} = 1 - \frac{DE}{BC}$ و داریم:

$$\frac{EF}{AC} = \frac{6}{25} \Rightarrow \frac{EF}{AE} \times \frac{AE}{AC} = \frac{6}{25} \Rightarrow (1 - \frac{DE}{BC}) \frac{DE}{BC} = \frac{6}{25}$$

$$\Rightarrow (\frac{DE}{BC})^2 - (\frac{DE}{BC}) + \frac{6}{25} = 0 \Rightarrow \frac{DE}{BC} = \frac{1 \pm \sqrt{1 - \frac{24}{25}}}{2} = \frac{1 \pm \frac{1}{5}}{2}$$

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{DE}{BC} &= \frac{6}{25} = 0,24 \\ \text{یا} \\ \frac{DE}{BC} &= \frac{4}{25} = 0,16 \end{aligned} \right.$$

۱۲. گزینه ۲ مطابق شکل ارتفاع AK را رسم کرده داریم:



$$MN \parallel BC \Rightarrow \Delta AMN \sim \Delta ABC \Rightarrow \frac{MN}{BC} = \frac{AH}{AK}$$

اگر طول ضلع مربع را x فرض کنیم با توجه به اینکه در مثلث متساوی الاضلاع به ضلع a طول ارتفاع $\frac{a\sqrt{3}}{2}$ است، پس:

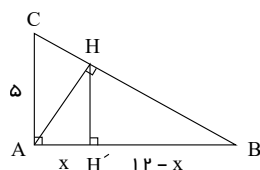
$$\frac{MN}{BC} = \frac{AH}{AK} \Rightarrow \frac{x}{1} = \frac{AK - HK}{AK} \Rightarrow x = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2} - x}{\frac{\sqrt{3}}{2}}$$

$$\Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2}x = \frac{\sqrt{3}}{2} - x \Rightarrow x(\sqrt{3} + 2) = \sqrt{3}$$

$$x = \frac{\sqrt{3}}{2 + \sqrt{3}} \times \frac{2 - \sqrt{3}}{2 - \sqrt{3}} = 2\sqrt{3} - 3$$

۱۳. گزینه ۱

$$HH' \parallel AC \Rightarrow \frac{12 - x}{x} = \frac{BH}{CH}$$



چون $AB = 12$ و $AC = 5$ پس $BC = 13$ (پیتاگورس)
با توجه به تشابه مثلث‌های ACH و ABH با مثلث ABC داریم:

$$AC^2 = CH \times BC \Rightarrow 5^2 = CH \times 13 \Rightarrow CH = \frac{25}{13}$$

$$AB^2 = BH \times BC \Rightarrow 12^2 = BH \times 13 \Rightarrow BH = \frac{144}{13}$$

$$HH' \parallel AC \Rightarrow \frac{BH'}{AH'} = \frac{BH}{CH} \Rightarrow \frac{12 - x}{x} = \frac{\frac{144}{13}}{\frac{25}{13}} = \frac{144}{25} \Rightarrow \frac{12}{x} = 1 + \frac{144}{25} = \frac{169}{25} \Rightarrow x = \frac{300}{169}$$

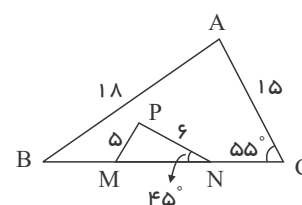
روش دوم: می‌دانیم ارتفاع AH وارد بر وتر است:

$$AH = \frac{5 \times 12}{13} = \frac{60}{13}$$

$$AHB : AH^2 = AB \cdot AH' \rightarrow \left(\frac{60}{13}\right)^2 = 12x \rightarrow x = \frac{300}{169}$$

۱۴. گزینه ۳ نکته: اگر اندازه‌های سه ضلع از مثلثی با اندازه‌های سه ضلع از مثلثی دیگر متناسب باشند، آنگاه دو مثلث متشابه‌اند.

$$\frac{MP}{AC} = \frac{NP}{AB} = \frac{MN}{BC} = \frac{1}{3} \Rightarrow \triangle ABC \sim \triangle MNP$$



حال از تساوی زاویه‌های نظیر نتیجه می‌شود:

$$\hat{M} = \hat{C} = 55^\circ, \hat{B} = \hat{N} = 45^\circ$$

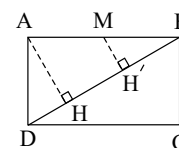
بنابراین:

$$\hat{A} = 180^\circ - \hat{B} - \hat{C} = 180^\circ - 45^\circ - 55^\circ = 80^\circ$$

۱۵. گزینه ۲

نقطه‌ی وسط AB را M می‌نامیم، بنابر داده‌های مسئله $MH' = 2\sqrt{3}$ و چون دو مثلث ABH و $MH'B$ متشابه‌اند، پس:

$$\frac{MH'}{AH} = \frac{MB}{AB} = \frac{1}{2} \Rightarrow AH = 4\sqrt{3}$$

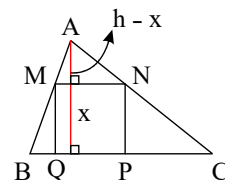


ولی در هر مثلث قائم‌الزاویه، ارتفاع وارد بر وتر میانگین هندسی دو قطعه‌ی پدید آمده روی وتر است، در نتیجه داریم:

$$\begin{aligned}
 AH^2 &= DH \cdot HB \Rightarrow (4\sqrt{3})^2 = DH \times 3DH \\
 \Rightarrow 3DH^2 &= 48 \Rightarrow DH = 4 \\
 \Rightarrow AD &= \sqrt{AH^2 + DH^2} = \sqrt{(4\sqrt{3})^2 + 4^2} = \sqrt{64} = 8
 \end{aligned}$$

۱۶. گزینه ۲ در مثلث ABC، ارتفاع وارد بر ضلع $BC = a$ را رسم می‌کنیم و اندازه‌ی آن را برابر h در نظر می‌گیریم. اگر طول ضلع مربع برابر x فرض شود، آن‌گاه داریم:

$$\begin{aligned}
 MN \parallel BC &\Rightarrow \triangle AMN \sim \triangle ABC \Rightarrow \frac{MN}{BC} = \frac{h-x}{h} = \frac{AM}{AB} = \frac{2}{5} \\
 \Rightarrow \frac{x}{a} &= \frac{h-x}{h} = \frac{2}{5} \\
 \Rightarrow \begin{cases} a = \frac{5x}{2} \\ \frac{h-x}{h} = \frac{2}{5} \Rightarrow \frac{x}{h} = \frac{3}{5} \Rightarrow h = \frac{5x}{3} \end{cases}
 \end{aligned}$$



$$\frac{S_{\square}}{S_{\triangle}} = \frac{x^2}{\frac{1}{2}h \times a} = \frac{x^2}{\frac{1}{2} \times \frac{5x}{3} \times \frac{5x}{2}} = \frac{12}{25} = 0.48$$

۱۷. گزینه ۳

$$OE \parallel AD \Rightarrow \frac{DE}{DC} = \frac{AO}{AC} = \frac{1}{5} \xrightarrow{\text{تفضیل در مخرج}} \frac{AO}{OC} = \frac{1}{4}$$

$$\triangle AOB \sim \triangle DOC \Rightarrow \frac{S_{\triangle AOB}}{S_{\triangle DOC}} = \left(\frac{AO}{OC}\right)^2 = \frac{1}{16}, \frac{OB}{OD} = \frac{1}{4}$$

$$\frac{S_{\triangle AOD}}{S_{\triangle AOB}} = \frac{DO}{BO} = 4 \Rightarrow S_{\triangle AOD} = 4S_{\triangle AOB} \Rightarrow S_{\triangle BOC} = 4S_{\triangle AOB}$$

$$S_{ABCD} = S_{\triangle AOB} + 4S_{\triangle AOB} + 16S_{\triangle AOB} + 4S_{\triangle AOB} = 25S_{\triangle AOB}$$

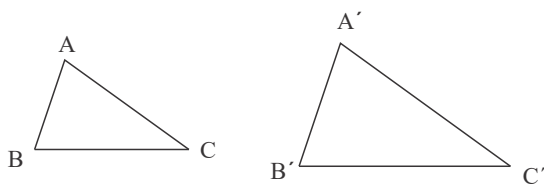
۱۸. گزینه ۱ نکته: اگر اندازه‌های دو ضلع از مثلثی با اندازه‌های دو ضلع از مثلثی دیگر متناسب و زاویه بین آن‌ها برابر باشد، آن‌گاه دو مثلث متشابه‌اند.

$$\begin{cases} \hat{M} = \hat{M} \text{ (مشترک)} \\ \frac{ME}{MP} = \frac{MF}{MN} = \frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow \triangle MNP \sim \triangle MEF$$

اکنون می‌توان نتیجه گرفت $\frac{EF}{NP} = \frac{1}{2}$ ، پس $EF = 18$. بنابراین محیط مثلث MEF برابر است با:

$$ME + MF + EF = 8 + 12 + 18 = 38$$

۱۹. گزینه ۳



$$\frac{S_{ABC}}{S_{A'B'C'}} = k^2 \rightarrow k^2 = \frac{9}{16} \rightarrow k = \frac{3}{4} \text{ نسبت تشابه}$$

با توجه به تصویر می‌توان نوشت:

$$\frac{BC}{B'C'} = \frac{3}{4} \rightarrow \frac{9}{B'C'} = \frac{3}{4} \rightarrow 3B'C' = 28 \rightarrow B'C' = \frac{28}{3} \text{ ضلع بزرگ مثلث دوم}$$

حال نسبت ضلع کوچکتر به بزرگتر را در مثلث $A'B'C'$ می‌نویسیم:

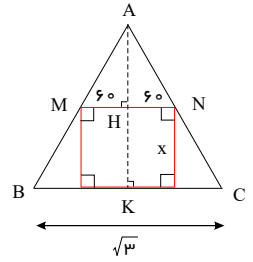
$$\frac{A'B'}{B'C'} = \frac{2}{3} \rightarrow \frac{A'B'}{\frac{28}{3}} = \frac{2}{3} \rightarrow A'B' = \frac{2}{3} \times \frac{28}{3} = \frac{56}{9}$$

۲۰. گزینه ۲ راه حل اول: در دو مثلث متشابه نسبت ارتفاع‌های متناظر، با نسبت تشابه برابر است با:

$$\triangle AMN \sim \triangle ABC$$

$$\frac{AH}{AK} = \frac{MN}{BC} \Rightarrow \frac{AK-x}{AK} = \frac{x}{\sqrt{3}}, AK = \frac{\sqrt{3}}{2} \times \sqrt{3} = \frac{3}{2}$$

$$1 - \frac{x}{\frac{3}{2}} = \frac{x}{\sqrt{3}} \Rightarrow x = \frac{3}{2 + \sqrt{3}} \Rightarrow x = 3(2 - \sqrt{3})$$



راه حل دوم:

$$\begin{cases} AK = \frac{\sqrt{3}}{2} \times AC = \frac{\sqrt{3}}{2} \times \sqrt{3} = \frac{3}{2} \text{ (ارتفاع در مثلث متساوی الاضلاع } ABC) \\ AH = \frac{\sqrt{3}}{2} \times MN = \frac{\sqrt{3}}{2} x \text{ (ارتفاع در مثلث متساوی الاضلاع } AMN) \end{cases}$$

$$\frac{AK=AH+HK}{2} \Rightarrow \frac{3}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2} x + x \Rightarrow x = 3(2 - \sqrt{3})$$